Prova scritta di Fisica per il cds in Farmacia - Soluzione dettagliata

Primo appello di Gennaio 2018

1. *Nelle equazioni seguenti x è una lunghezza, t un tempo e v una velocità. Quali sono le dimensioni delle costanti C_1 e C_2?*

   a) $x = \frac{1}{2} C_1 t^2$

   b) $v = C_1 e^{-C_2 t}$

   c) $\frac{v^2}{C_1} = C_2\, v + C_1 \left(\frac{x}{t}\right)^2$

   Soluzione: E' possibile associare alle *grandezze fisiche fondamentali*, come *massa*, *lunghezza* e *tempo*, i simboli M, L, e T. Di conseguenza le unità di misura di tutte le *grandezze derivate* si ricavano come prodotto delle potenze (con indice razionale) delle unità di misura delle grandezze fondamentali che compaiono nella loro definizione. Si definiscono quindi le *dimensioni* di una grandezza fisica gli indici di queste potenze. E' importante nello scrivere equazioni contenenti grandezze fisiche di diverso tipo che le quantità eguagliate siano *omogenee*, ossia che abbiano le stesse dimensioni fisiche (gli indici delle potenze delle grandezze fondamentali); non ha senso eguagliare un tempo ad una massa, o anche una lunghezza ad una lunghezza al quadrato (cioè un'area). Tale verifica prende il nome di *analisi dimensionale*, e le relative equazioni, rappresentate per mezzo di parentesi quadre, sono dette *equazioni dimensionali*.

   In questo esercizio abbiamo che $[x] = [L]$, che si legge "x ha le dimensioni di una lunghezza (elevata alla potenza 1)", $[t] = [T]$ e $[v] = [L] \cdot [T]^{-1}$, ossia "v ha le dimensioni di una lunghezza moltiplicata per *l'inverso di* un tempo", ed infatti le sue unità di misura nel Sistema Internazionale (SI) sono il *metro al secondo*, m/sec. Tutte le quantità numeriche, tipo 1/2, sono dette *numeri puri*; hanno "dimensione zero", $[1/2] = [M]^0 = [L]^0 = [T]^0 = 1$, nel senso che non hanno bisogno di alcuna unità di misura per essere definite. Anche gli *angoli*, definiti come rapporto tra la misura dell'arco e della circonferenza che li identifica, cioè $[L]/[L]$, sono numeri puri. Per quanto detto, le unità di misura di una generica grandezza derivata z possono quindi essere rappresentate per mezzo dei tre indici[1] α, β e γ dell'equazione dimensionale $[z] = [M]^\alpha \cdot [L]^\beta \cdot [T]^\gamma$ a partire dalla sua definizione in termini di grandezze fondamentali.

   L'analisi dimensionale dell'equazione (a) dà:

   $$[x] = \left[\frac{1}{2} C_1 t^2\right] \qquad \rightarrow \qquad [L] = [C_1][T]^2$$

   per cui

   $$[C_1] = [L] \cdot [T]^{-2}$$

   ossia C_1 ha le dimensioni di una *lunghezza moltiplicata per l'inverso del quadrato di un tempo*, cioè un'*accelerazione*. Si noti infatti la somiglianza della (a) con la legge oraria del moto uniformemente accelerato, dove C_1 svolge esattamente il ruolo dell'accelerazione.

[1] In realtà le grandezze fondamentali del SI sono sette in totale; a quelle sopra citate vanno aggiunte la corrente elettrica (simbolo I), la temperatura termodinamica (Θ), la quantità di sostanza (N) e l'intensità luminosa (J). Per lo stesso motivo dovrebbero essere sette gli indici da utilizzare nel caso più generico possibile (estremamente raro in verità) di una grandezza fisica contenente tutte quante quelle fondamentali.

Il caso (b) merita un commento a parte. Per quanto detto precedentemente, in ogni equazione in cui compaiono *funzioni trascendenti*, che non possono essere espresse cioè per mezzo di (un numero finito di) operazioni algebriche elementari $(+, -, \times, \div)$, come *exp*, *log* e le *funzioni trigonometriche*, è importante che il loro argomento sia un numero puro. Infatti, benché abbiano perfettamente senso potenze del metro come il metro^2 (per le superfici), metro^3 (aree) e metro^{-1} (per il *numero d'onda* k, una grandezza molto usata in spettroscopia e chimica) e le combinazioni di queste, non è possibile trovare alcuna interpretazione per qualcosa tipo $2^{1\,\text{metro}}$.[2] Quindi è importante verificare che, ogni volta che queste funzioni compaiono, il loro argomento sia un numero puro.

Tornando all'equazione (b) abbiamo quindi:

$$[v] = \left[C_1 e^{-C_2\, t}\right] \qquad \rightarrow \qquad [v] = [C_1] \quad \text{e} \quad [C_2] \cdot [T] = 1$$

e quindi C_1 ha le dimensioni di una *velocità*, cioè $[L] \cdot [T]^{-1}$, mentre C_2 ha dimensioni dell'*inverso di un tempo*, $[T]^{-1}$. Si poteva arrivare allo stesso risultato notando la somiglianza tra la (b) e la legge del decadimento esponenziale, per esempio degli isotopi radioattivi.

Il caso (c) si risolve immediatamente:

$$\begin{aligned} \left[\frac{v^2}{C_1}\right] &= \left[C_2\, v + C_1 \left(\frac{x}{t}\right)^2\right] \\ [L]^2 \cdot [T]^{-2} \cdot [C_1]^{-1} &= [C_2] \cdot [L] \cdot [T]^{-1} + [C_1] \cdot [L]^2 \cdot [T]^{-2} \\ [C_1]^{-1} &= [C_2] \cdot [L]^{-1} \cdot [T] + [C_1] \end{aligned}$$

Nel secondo passaggio è stato diviso per $[L]^2 \cdot [T]^{-2}$, delle unità con le dimensioni di una lunghezza al quadrato per l'inverso di un tempo al quadrato. Nell'ultimo passaggio notiamo che C_1 deve avere le dimensioni dell'inverso di sé stesso, ma l'unico modo in cui ciò è possibile è che *sia un numero puro*. Ciò che rimane è:

$$[C_2] \cdot [L]^{-1} \cdot [T] = 1$$

ossia

$$[C_2] = \cdot [L] \cdot [T]^{-1}$$

cioè una *velocità*.

2. *Con una centrifuga che compie 600 giri/min, si vuole imprimere ad un preparato un'accelerazione centripeta di 1000 m/sec^2. Quanto deve essere lungo il braccio della centrifuga? Se si dimezza la frequenza di rotazione, quanto deve essere lungo il braccio per avere la stessa accelerazione centripeta?*

Soluzione: Come evidente dal testo, si tratta di un esercizio di cinematica sul *moto circolare uniforme* nel quale è richiesto di confrontare l'accelerazione centripeta con la frequenza di

[2] In realtà c'è anche una ragione funzionale per cui gli argomenti di queste funzioni trascendenti devono essere adimensionali. Infatti, come noto, la derivata dell'esponenziale $de^x/dx = e^x$; eseguendo l'analisi dimensionale alla precedente equazione abbiamo che $[de^x] \cdot [dx]^{-1} = [e^x]$ ma le dimensioni di e^x e di de^x sono le stesse poiché il secondo è semplicemente l'incremento infinitesimo del primo, e lo stesso vale per x e dx. Quindi eseguendo la semplificazione otteniamo che $[x] = 1$, ossia è un numero puro. Lo stesso ragionamento si può applicare alla funzione logaritmo, ricordando per esempio che $d \log x/dx = 1/x$, o alle funzioni seno e coseno, $d \sin x/dx = \cos x$ e $d \cos x/dx = -\sin x$.

rotazione ed il raggio della circonferenza, cioè il braccio della centrifuga. La relazione tra queste tre grandezze è data da:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r = (2\pi\, f)^2\, r = 4\pi^2\, f^2 r,$$

dove $\omega = 2\pi\, f$ [rad/sec] è la *velocità angolare*. Risolvendo la precedente per trovare r ed inserendo i dati del problema è immediato ottenere:

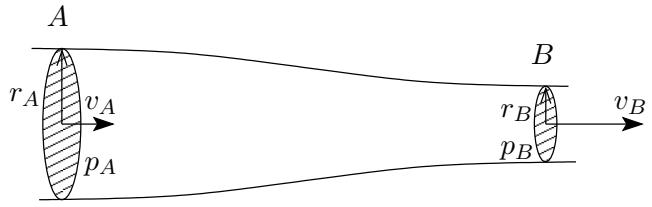
$$\begin{aligned} r &= \frac{a}{4\pi^2\, f^2} \\ &= \frac{1000\ \text{m/sec}^2}{4\pi^2 \left(600\,\text{min}^{-1}\right)^2} = \frac{1000\ \text{m/sec}^2}{4\pi^2 \left(10\,\text{sec}^{-1}\right)^2} \\ &\simeq 25.3\ \text{cm}. \end{aligned}$$

Come richiesto nella seconda domanda, ripetiamo il calcolo considerando una frequenza di rotazione dimezzata:

$$\begin{aligned} r &= \frac{1000\ \text{m/sec}^2}{4\pi^2 \left(5\,\text{sec}^{-1}\right)^2} \\ &\simeq 101.3\ \text{cm} \end{aligned}$$

cioè quattro volte la misura del braccio del caso precedente, conseguenza della relazione quadratica tra frequenza di rotazione e accelerazione centripeta.

3. *Un tubo di sezione circolare trasporta acqua ed è in posizione orizzontale. In un punto A il raggio è $r_A = 1.1$ cm e in un punto B è $r_B = 0.5$ cm. La differenza di pressione tra le sezioni del tubo in A e B è equivalente ad una colonna d'acqua alta 5 cm. Si calcola la velocità dell'acqua in A e B.*



Soluzione: Il problema riguarda la differenza di pressione in un fluido che scorre in un tubo a sezione variabile orizzontale, per cui non ci sono effetti dovuti alla variazione di (densità di) energia potenziale gravitazionale. Dovranno valere l'*equazione di conservazione della portata* volumica, cioè "tanto fluido passa in A quanto ne esce in B", e l'*equazione di Bernoulli*, senza il termine di potenziale gravitazionale:

$$\begin{cases} v_A S_A = v_B S_B \\ \dfrac{1}{2}\rho v_A^2 + p_A = \dfrac{1}{2}\rho v_B^2 + p_B \end{cases}$$

Riscriviamo la seconda mettendo in evidenza la differenza tra le pressioni:

$$p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho v_B^2 - \frac{1}{2}\rho v_A^2.$$

Sappiamo dal testo che questa differenza equivale alla differenza di pressione tra cima e fondo di una colonna d'acqua di altezza $h = 5$ cm; quindi, dalla *legge di Torricelli* $p(h) = p_0 + \rho g h$:

$$p_A - p_B = \rho g h.$$

Sostituendo quanto trovato nel precedente sistema di equazioni (in cui le incognite a questo punto rimangono solamente v_A e v_B), possiamo procedere a risolverlo per trovare una delle due velocità. Cominciamo con v_A:

$$\begin{cases} v_B = v_A S_A / S_B \\ \rho g h = \frac{1}{2}\rho v_B^2 - \frac{1}{2}\rho v_A^2 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \rho g h = \frac{1}{2}\rho v_A^2 \left(S_A/S_B\right)^2 - \frac{1}{2}\rho v_A^2 = \frac{1}{2}\rho v_A^2 \left(\left(S_A/S_B\right)^2 - 1\right)$$

per cui:

$$\begin{aligned} v_A^2 &= \frac{2gh}{\left(S_A/S_B\right)^2 - 1} = \frac{2gh}{\left(r_A/r_B\right)^4 - 1} \\ &\simeq \left(0.21 \text{ m/sec}\right)^2 \end{aligned}$$

Dall'equazione di conservazione della portata è immediato ricavare anche v_B:

$$\begin{aligned} v_B &= v_A \frac{S_A}{S_B} = v_A \frac{r_A^2}{r_B^2} \\ &\simeq 1.01 \text{ m/sec}. \end{aligned}$$

4. *Una massa di 50 grammi di ghiaccio alla temperatura di -10°C è immersa in una tazza che contiene 300 g di tè alla temperatura di 30°C. Si calcoli la temperatura del liquido all'equilibrio. Si assuma che il tè abbia lo stesso calore specifico dell'acqua. Si ricordi che il ghiaccio ha il calore specifico $c = 0.5$ cal/g °K e calore latente di fusione $c_l = 80$ cal/g.*

Soluzione: Poiché vi è differenza di temperatura tra ghiaccio e tè, ponendo questi due sistemi in contatto avverrà *scambio di calore* fino al raggiungimento di una *temperatura di equilibrio* comune. Viste le differenze di temperatura e quantità, è ragionevole aspettarsi che all'equilibrio il ghiaccio si sarà completamente sciolto in acqua; se ci fosse stato molto più ghiaccio che tè (o fosse stato molto più freddo) sarebbe stato quest'ultimo a congelarsi. Quindi il processo di scambio di calore consta di tre fasi. Nella prima il ghiaccio assorbe calore dal tè passando da $T_{i\,\text{ice}} = -10°$ C a $T_{\text{fusione}} = 0°$ C, la sua temperatura di fusione (*I*). A questo punto avviene una fase in cui il calore fornito al ghiaccio serve per eseguire il *passaggio di stato* da solido a liquido (*fusione*) trasformandolo tutto quanto in acqua (*II*). Nell'ultima fase l'acqua ottenuta si scalda raggiungendo una temperatura di equilibrio T_e uguale a quella del tè, che cedendo calore si sarà invece raffreddato (*III*). Trascurando gli scambi di calore con l'esterno (aria e bicchiere) abbiamo l'equazione di conservazione:

$$Q_{\text{ice}} + Q_{\text{tè}} = 0$$

dove, per quanto detto, Q_{ice} sarà positivo poiché il ghiaccio avrà acquistato calore aumentando la propria temperatura, mentre $Q_{\text{tè}}$ sarà negativo poiché avrà ceduto calore raffreddandosi. Possiamo sviluppare la precedente nelle tre fasi descritte prima:

$$\underbrace{c_{\text{ice}} m_{\text{ice}} \cdot \left(T_{\text{fusione}} - T_{i\,\text{ice}}\right)}_{I} + \underbrace{c_{l\,\text{ice}} m_{\text{ice}}}_{II} + \underbrace{c_{\text{acqua}} m_{\text{ice}} \cdot \left(T_e - T_{\text{fusione}}\right)}_{III} + c_{\text{tè}} m_{\text{tè}} \cdot \left(T_e - T_{i\,\text{tè}}\right) = 0$$

Notare che le masse del ghiaccio e dell'acqua nella quale si è trasformato sono le stesse. La precedente può essere risolta per trovare la temperatura finale di equilibrio T_e:

$$T_e = \frac{c_{\text{acqua}} m_{\text{ice}} \cdot T_{\text{fusione}} + c_{\text{tè}} m_{\text{tè}} \cdot T_{i\,\text{tè}} - c_{\text{ice}} m_{\text{ice}} \cdot \left(T_{\text{fusione}} - T_{i\,\text{ice}}\right) - c_{l\,\text{ice}} m_{\text{ice}}}{c_{\text{acqua}} m_{\text{ice}} + c_{\text{tè}} m_{\text{tè}}}$$

Prima di procedere al calcolo per trovare la soluzione numerica va ricordato che in Termodinamica (ed in Fisica e Chimica in generale) è importante utilizzare sempre temperature in gradi Kelvin. Quando nel problema entrano in gioco solo differenze di temperatura, come in questo esercizio sullo scambio di calore o nella dilatazione termica, il fattore 273.15° di differenza tra Celsius e Kelvin si cancella ed i risultati possono essere ottenuti con entrambe le unità di temperatura. In tutti gli altri casi (equazione di stato dei gas, legge di Stefan-Boltzmann etc.) la conversione è necessaria.

Inserendo i dati dell'esercizio nella precedente equazione per T_e otteniamo:

$$\begin{aligned} T_e &\simeq 286.7^\circ\,\text{K} \\ &\simeq \ \ 13.6^\circ\,\text{C} \end{aligned}$$

Prima di concludere, per completezza, riesaminiamo l'assunzione fatta all'inizio dell'esercizio seconda la quale ci aspettavamo che tutto il ghiaccio si sarebbe sciolto nel tè. In effetti se non fosse stato così ce ne saremo accorti dal fatto che T_e sarebbe venuto minore di T_{fusione}; in tal caso avremmo dovuto reimpostare l'esercizio senza la fase *III* e prevedendo invece per il tè una fase di congelamento.

5. *Un corpo si muove lungo una retta mentre è soggetto ad una forza $F = 2x^2\ N/m^2$. Si calcoli il lavoro compiuto dalla forza se il corpo si sposta dal punto $x_1 = 0$ al punto $x_2 = 1\ m$.*

Soluzione: In questo esercizio è richiesto il calcolo del lavoro fatto da una forza non costante. Come noto, per una forza costante il lavoro è definito come il *prodotto scalare della forza per lo spostamento*: $L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}$; essendo in questo caso un moto rettilineo in cui la forza è parallela allo spostamento, il prodotto scalare è uguale semplicemente al prodotto dei moduli di forza e spostamento: $L = F \cdot \Delta x$. Tutto questo per una forza costante. Quando la forza varia con la posizione, la precedente espressione per il lavoro non è più valida. Tuttavia è sempre possibile trovare spostamenti Δx *sufficientemente piccoli* tali per cui la variazione della forza sia trascurabile e poter considerare quest'ultima come costante; il lavoro totale della forza potrà quindi essere calcolato come la somma dei lavori fatti in ciascuno di questi spostamenti:

$$\begin{aligned} L &= \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3 + \ldots = F(x_1)\Delta x_1 + F(x_2)\Delta x_2 + F(x_3)\Delta x_3 + \ldots \\ &= \sum_{i=1} F(x_i)\,\Delta x_i \end{aligned}$$

Per esprimere in modo matematicamente più rigoroso quanto appena asserito, dobbiamo far tendere l'ampiezza di questi intervalli a zero, considerandone quindi un numero infinito perché la loro somma dia un intervallo finito, e definire quindi il lavoro della forza non costante come il limite:

$$L = \lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{+\infty} F(x_i)\,\Delta x_i.$$

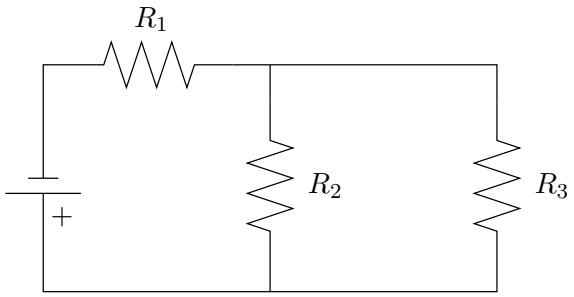
La precedente definizione è di fatto equivalente all'integrale in dx della forza $F(x)$ nell'intervallo considerato $[x_1, x_2]$, ossia:

$$L = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx.$$

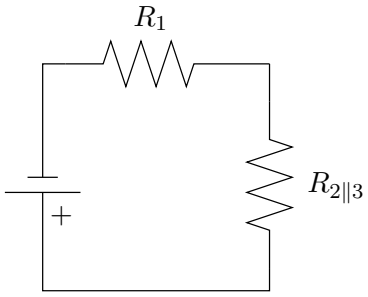
Inserendo l'espressione della forza data dal problema otteniamo:

$$\begin{aligned} L &= \int_{x_1}^{x_2} 2x^2\,dx \text{ N/m}^2 \\ &= \left[2\frac{1}{3}x^3\right]_{x_1}^{x_2} \text{N/m}^2 = \frac{2}{3}\left(x_2^3 - x_1^3\right) \text{ N/m}^2 \\ &= \frac{2}{3} \text{ N} \cdot \text{m} \simeq 0.66 \text{ J}. \end{aligned}$$

6. *Tre resistenze sono collegate come in figura. La resistenza R_2 da 4 Ohm è attraversata da una corrente 1.4 A e la resistenza R_3 da 2 Ohm è attraversata da 2.8 A. Sapendo che $R_1 = 2.0$ Ohm, qual è la differenza di potenziale ai capi della batteria? Quanta potenza è dissipata nel circuito?*



Soluzione 1 (metodo della serie e del parallelo): Per risolvere il circuito basta osservare che le resistenze R_2 e R_3 sono poste in *parallelo*, ossia la tensione ai loro capi è la stessa (sono collegate agli stessi *nodi*, i punti del circuito dove le correnti si dividono). Quindi il circuito equivalente a quello mostrato in alto è il seguente:



dove $R_{2\|3}$ è la *resistenza equivalente* al parallelo di R_2 e R_3. Per trovare il suo valore basta applicare il fatto che le correnti che attraversano R_2 ed R_3, rispettivamente i_2 ed i_3, si ricongiungono ai due nodi ai quali sono attaccate le resistenze, ossia:

$$i = i_2 + i_3 = \frac{\Delta V}{R_2} + \frac{\Delta V}{R_3} \equiv \frac{\Delta V}{R_{2\|3}},$$

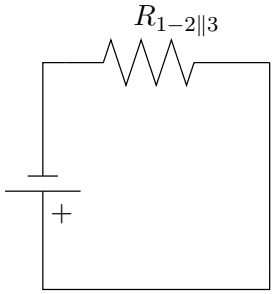
dove ΔV è la differenza di tensione tra i nodi a cui sono collegate R_2 e R_3. Eliminandola è immediato ricavare l'espressione della resistenza in parallelo equivalente:

$$\frac{1}{R_{2\|3}} \equiv \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

ossia:

$$R_{2\|3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

Ancora, nel precedente circuito equivalente R_1 si troverà in *serie* a $R_{2\|3}$ poiché saranno attraversate dalla stessa corrente. Quindi il circuito equivalente alla serie di R_1 col parallelo di R_2 ed R_3 sarà:



dove:

$$R_{1-2\|3} = R_1 + R_{2\|3} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

La corrente che scorre in questo circuito equivalente è la somma delle correnti che scorrevano in R_2, $i_2 = 1.4$ A, ed in R_3, $i_3 = 2.8$ A, e che si riunivano nel nodo in alto al centro nel disegno originario del circuito, quindi:

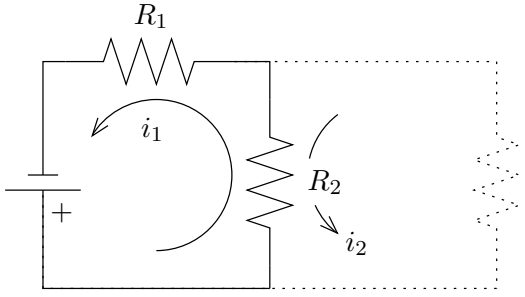
$$i = i_2 + i_3.$$

Nel semplice circuito equivalente disegnato prima, per trovare la differenza di potenziale ai capi del generatore di tensione basta applicare la *legge di Ohm*:

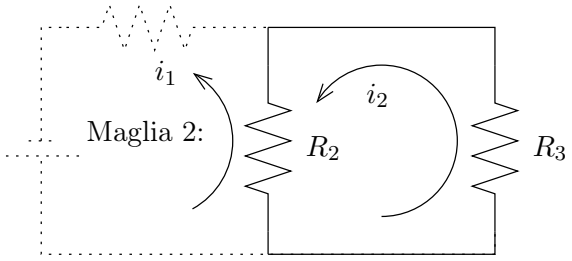
$$\begin{aligned} V &= i \cdot R_{1-2\|3} \\ &= (i_2 + i_3)\left(R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}\right) \\ &= 14 \text{ V}. \end{aligned}$$

Soluzione 2 (soluzione completa tramite le leggi di Kirchhoff): Il circuito dell'esercizio è costituito da due *maglie*, cioè due linee chiuse in cui ciascun componente (le resistenze, in questo caso) viene attraversato una sola volta. In generale la scelta di come definire le maglie è arbitraria, purché ogni componente alla fine appartenga ad almeno una maglia. Per esempio, guardando la figura in alto, una maglia può essere identificata come la linea chiusa costituita dal generatore di tensione a sinistra, la resistenza R_1, la resistenza R_2 ed il filo in basso:

Maglia 1:



L'altra invece potrà essere definita dalla resistenza R_2, la esistenza R_3, ed i file che le congiungono in alto ed in basso:



Alternativamente, poteva esser scelta come seconda maglia la linea chiusa esterna contenente il generatore di tensione, R_1, R_3, ed il filo in basso. Poiché tutti i componenti presenti nel circuito sono già contenuti in una delle precedenti due maglie, è superfluo includere anche quest'ultima.

Per ognuna delle precedenti maglie possiamo identificare una corrente, definendo i_1 e i_2 come in figura. La scelta del verso della corrente è arbitraria, come lo è in generale la scelta degli assi delle coordinate. Una convenzione abbastanza diffusa è che quando si ha un generatore di tensione, come quello nella maglia a sinistra, la corrente fuoriesca dal suo polo positivo.

Per *risolvere il circuito*, trovare cioè per ogni suo componente la corrente che lo attraversa e la tensione ai suoi capi, scriviamo la così detta *equazione delle maglie* (di Kirchhoff); questa equazione consiste nell'eguagliare la somma delle tensioni prodotte dai vari generatori con la somma delle cadute di potenziale ai capi di ciascun elemento. Per le nostre due maglie abbiamo quindi il sistema di equazioni:

$$\begin{cases} V = R_1 i_1 + R_2(i_1 - i_2) \\ 0 = R_2(i_2 - i_1) + R_3 i_2 \end{cases}$$

Notare che nella resistenza R_2, per come sono state definite, scorrono due correnti in versi opposti; per questo la corrente totale sarà la differenza delle due. Si osservi inoltre che a sinistra della seconda equazione c'è zero poiché nella seconda maglia non ci sono generatori di tensione.

Per risolvere il problema è sufficiente l'equazione della prima maglia, osservando che nel testo non ci viene fornita i_1 ma solo $(i_1 - i_2) = 1.4$ A, la corrente che attraversa R_2, e $i_2 = 2.8$ A, la corrente che attraversa R_3, separatamente. Quindi:

$$\begin{aligned} V &= R_1 i_1 + R_2(i_1 - i_2) \\ &= R_1(i_1 - i_2) + R_1 i_2 + R_2(i_1 - i_2) \\ &= 14 \text{ V}, \end{aligned}$$

dove nel primo passaggio ho sottratto e sommato $R_1 i_2$ di modo da far comparire un termine $R_1(i_1 - i_2)$.

Come si nota, il risultato è identico al precedente. Il vantaggio di questa procedura, tramite le leggi di Kirchhoff è che è molto più potente e si applica ad una grande varietà di circuiti, non solo con componenti in serie o in parallelo.

La *potenza dissipata* negli elementi resistivi (quelli che si oppongono al moto delle cariche) del circuito è uguale a quella prodotta dal generatore di tensione per far circolare corrente,

ossia per muovere le cariche elettriche all'interno del circuito. Per una quantità infinitesima di carica dq è necessaria un'energia $dE = dq \cdot V$ per farle superare un (differenza di) potenziale V. Quindi, ogni istante di tempo dt sarà necessario fornire una *potenza* (misurata in Watt):

$$\begin{aligned} P &= \frac{dE}{dt} = \frac{dq}{dt} \cdot V \\ &= i \cdot V \\ &= i^2 R = \frac{V^2}{R} \end{aligned}$$

per permettere alla corrente i di circolare nel circuito. Nell'ultimo passaggio è stata usata la *legge di Ohm* $V = i \cdot R$.

Inserendo i valori dati dall'esercizio di V e di $i = i_2 + i_3$, che scorre nel generatore di tensione, otteniamo immediatamente:

$$P = 14 \text{ V} \cdot 4.2 \text{ A} = 58.8 \text{ W}.$$