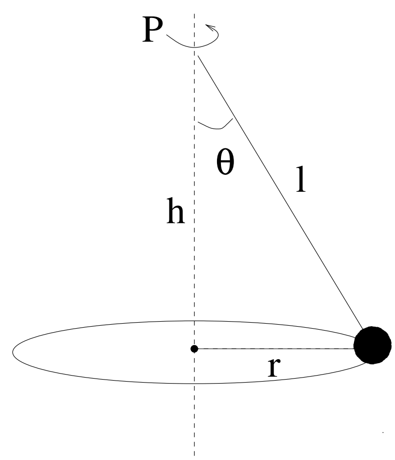
Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 12/01/2018
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1



Una massa $m = 1\ kg$, attaccata ad un filo inestensibile e senza massa di lunghezza l_0, ruota attorno all'asse verticale inizialmente con velocità angolare ω_0, descrivendo un cono di angolo θ_0, come in figura. Da un certo istante in poi la lunghezza del filo viene lentamente aumentata in modo che comunque la massa descriva sempre un traiettoria circolare (seppure di raggio differente). Sapendo che all'inizio $l_0 = 2\ m$ e $\theta_0 = \pi/3$, si calcoli:

1. Il valore della tensione del filo e la velocità angolare iniziale:
   $T_0 =$ ....
   $\omega_0 =$ ....

2. Il valore della velocità angolare quando il raggio (ovvero la distanza dall'asse) diventa il doppio del raggio iniziale:
   $\omega_{2r_0} =$ ....

3. La lunghezza del filo quando il raggio diventa il doppio del raggio iniziale:
   $l_{2r_0} =$ ....

1 Soluzione Esercizio 1

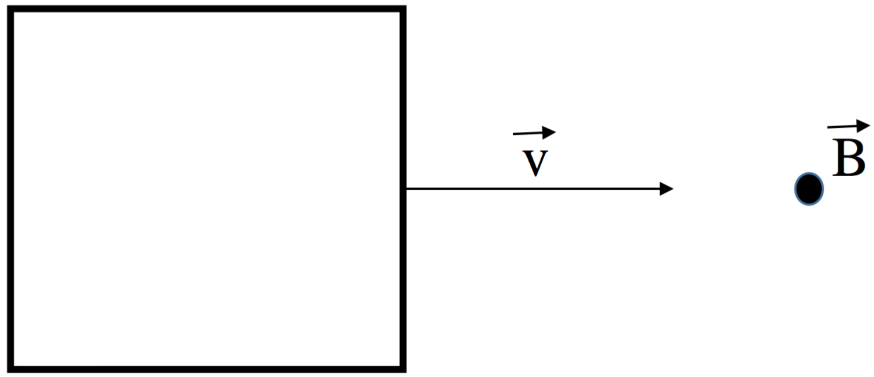
1. Per trovare ω_0 basta considerare la forza radiale applicata al corpo m, ovvero la componente del tensione lungo il raggio ed uguagliarla alla forza centripeta ($m{\omega_0}^2 r_0$). La componente radiale della tensione vale $Tsen(\theta_0)$ e, visto che non c'è movimento lungo la direzione verticale, la componente verticale deve essere uguale ed opposta al peso del corpo m, ovvero $Tcos(\theta_0) = mg$, da cui $T = mg/cos(\theta_0) = 19.6N$.

   La condizione di moto circolare uniforme:
$$mgtan(\theta_0) = m\omega_0^2 r_0$$
   oppure, considerando che $r_0 = l_0 sen(\theta_0)$ si ha che:
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l_0 cos\theta_0}} = \sqrt{\frac{g}{h_0}} = 3.13\ rad/s$$

2. Le forze che agiscono sulla massa m sono la gravità e la tensione del filo. Scegliendo P come polo, la tensione ha momento nullo; la gravità essendo parallela all'asse di rotazione non ha componente del momento lungo l'asse verticale. Si conserva, quindi, il momento angolare assiale $L_z = m\omega_0 r_0^2$, dove $r_0 = l_0 sen(\theta_0)$. Quando il raggio diventa il doppio del raggio iniziale, la conservazione del momento angolare implica :
$$m\omega_0 r_0^2 = m\omega_{2r_0}(2r_0)^2$$
   ovvero $\omega_{2r_0} = \omega_0/4 = 0.78\ rad/s$.

3. A causa della conservazione del momento angolare:
$$L_z = mr_0^2\omega_0 = mr_0^2\sqrt{\frac{g}{h_0}} = const.$$
   la quantità $r^2/\sqrt{h}$ rimane costante al variare di l. Da questo possiamo ricavare una relazione tra r e h quando il raggio raddoppia a causa dell'allungamento del filo, ovvero:
$$\frac{r_0^2}{\sqrt{h_0}} = \frac{(2r_0)^2}{\sqrt{h_{2r_0}}}$$
   da cui $h_{2r_0} = 16h_0$. Da questo si ricava che l deve essere (essendo $h_0 = l_0 cos(\pi/3)$ e $r_0 = l_0 sen(\pi/3)$):
$$l_{2r_0} = \sqrt{(2r_0)^2 + (16h_0)^2} = \sqrt{4l_0^2 * 3/4 + 256 * l_0^2 * 1/4} = \sqrt{67l_0^2} = 16.4m$$

Esercizio 2



Una spira quadrata conduttrice con resistenza $R = 4\ \Omega$ e lato $l = 0.5$ m viene mantenuta in moto rettilineo uniforme con velocità $v = 6$ m/s, diretta lungo l'asse x, complanare al piano della spira. Nella stessa regione spaziale è presente un campo magnetico orientato ortogonalmente al piano della spira, che varia secondo la legge $B(x) = B_0(x/L)$ con $L = 4$ m e $B_0 = 2$ T. Supponendo che all'istante iniziale il centro della spira si trovi in $x = 0$
Si calcoli:

1. la corrente I circolante nella spira e la potenza P dissipata per effetto Joule ad un generico istante
   $I =$ .... $P =$ ....
2. il modulo della forza agente sulla spira, F, necessaria a mantenere il moto uniforme, specificandone direzione e verso
   $F =$ ....
3. la potenza associata al lavoro compiuto dalla forza di cui al punto precedente, P', commentando il risultato ottenuto
   $P' =$ ....

Soluzione Esercizio 2

1. Poiché il moto della spira è uniforme, il suo centro al tempo t si trova in $x(t) = vt$. Il flusso di $\vec{B}$ attraverso la spira ad un generico istante vale

$$\Phi(B) = \int_{x-l/2}^{x+l/2} B_0 \frac{x'}{L} l dx' = B_0 \frac{xl^2}{L}.$$

La f.e.m. indotta risulta quindi pari a:

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial \Phi(B)}{\partial t} = -B_0 \frac{l^2}{L} \frac{dx}{dt} = -B_0 \frac{l^2}{L} v.$$

1.1 Pertanto la corrente circolante nella spira è data da

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{B_0 v l^2}{RL} = 0.1875 \text{ A}$$

ed il suo verso è orario.

1.2 La potenza dissipata per effetto Joule vale

$$P = RI^2 = \frac{B_0^2 v^2 l^4}{RL^2} = 0.14 \text{ W}$$

2. La forza totale agente sulla spira, dovuta alla presenza del campo magnetico si ottiene sommando i contributi associati ai quattro lati del quadrato. Considerando che quelli dovuti ai lati paralleli alla velocità si elidono reciprocamente, ne segue che la forza ha direzione opposta a quella del moto; la sua intensità è data da

$$F = Il[B(x + l/2) - B(x - l/2)] = \frac{B_0 v}{R} \frac{l^3}{L} B_0 \frac{l}{L} = \frac{v}{R} \left(\frac{B_0 l^2}{L} \right)^2 = 2.3\ 10^{-2} \text{ N}$$

Pertanto per mantenere il moto uniforme è necessario applicare una forza della stessa intensità, ma diretta nella direzione del moto.

3. La potenza meccanica associata al lavoro (positivo) compiuto dalla forza esterna applicata sulla spira per mantenerla in moto uniforme è

$$P' = Fv = \frac{v^2}{R} \left(B_0 \frac{l^2}{L} \right)^2 = 0.14 \text{ W}$$

Come è ragionevole aspettarsi $P' = P$