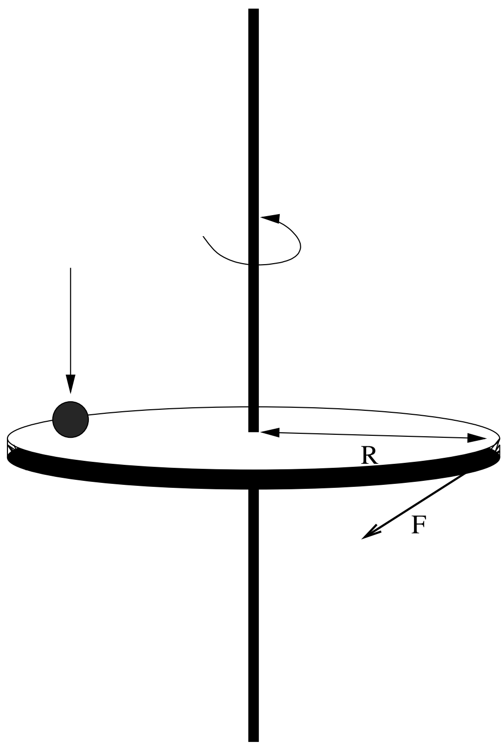
Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 30/09/2017
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1



Un disco di legno (densità $\rho = 0.4\ g/cm^3$, raggio $R = 1\ m$ e spessore $d = 1\ cm$) ruota con velocità angolare $\omega_0 = 5\ rad/s$ intorno ad un asse verticale passante per il suo centro. Il disco è vincolato a ruotare attorno a tale asse ed è mantenuto in posizione orizzontale. Ad un certo istante un massa (puntiforme) $m = 1\ kg$, cadendo dall'alto, si conficca ad una distanza $a = 10\ cm$ dal bordo del disco. Subito dopo viene attivato un freno per fermare il disco, equivalente ad una forza di modulo $F = 10\ N$ applicata al bordo del disco. Calcolare:

1. la velocità angolare del disco, ω_1, dopo l'urto con la massa puntiforme
   $\omega_1 =$ ....
2. quanto tempo, t, impiega il disco per fermarsi dopo l'attivazione del freno
   $t =$ ....
3. quanti giri, n, compie il disco prima di fermarsi
   $n =$ ....

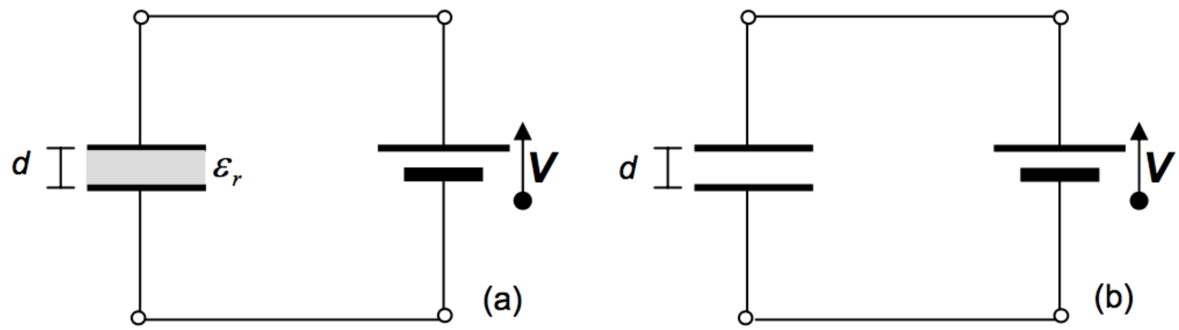
Soluzione Esercizio 1

1. Il momento d'inerzia del disco rispetto all'asse passante per il centro (che coincide con il centro di massa) è $I_0 = MR^2/2$ con $M = \pi R^2 d\rho$, ovvero $I_0 = \pi\rho d R^4/2 = 6.3\ kg\ m^2$. Dopo l'urto con la massa puntiforme il momento d'inerzia cambia, ed è pari a: $I_1 = I_0 + m(R-a)^2 = 7.1\ Kg\ m^2$. Poichè il momento delle forze esterne rispetto all'asse di rotazione del disco ha componente nulla lungo tale asse prima e dopo l'urto, la componente del momento angolare lungo tale asse del sistema (disco e massa puntiforme) è costante. Pertanto :
$$\omega_1 I_1 = \omega_0 I_0$$
Risolvendo l'equazione, $\omega_1 = 4.4\ rad/s$.

2. Dalla seconda equazione cardinale, si può scrivere per la forza frenante
$$-FR = I_1 \frac{d\omega}{dt}$$
da cui, integrando si ha che:
$$\omega(t) = \omega_1 - \frac{FR}{I_1} t$$
per cui, quando il disco si ferma si ha:
$$t = \frac{\omega_1 I_1}{FR} = 3.1\ s$$

3. Si può usare il teorema delle forze vive:
$$FR\Delta\theta = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$$
Ovvero il lavoro compiuto dalla forza frenante per fermare il disco è uguale all'energia cinetica iniziale, dove $\Delta\theta$ indica l'angolo complessivo di cui è ruotato il disco fino all'arresto. Per cui il numero di giri n è dato da:
$$n = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{1}{4} \frac{I_1 \omega_1^2}{\pi FR} = 1.1\ giri$$

Esercizio 2



Si consideri il circuito in figura (a). Le due armature del condensatore a facce piane e parallele hanno una superficie $S = 0.01\ m^2$ e sono separate da una distanza $d = 1\ mm$. Tra le due armature è presente un dielettrico con costante dielettrica $\epsilon_r = 3$. Ai capi del condensatore è posto un generatore di forza elettromotrice che genera una differenza di potenziale costante $V = 10\ V$. A un certo istante il dielettrico viene estratto dal condensatore, come mostrato in figura (b). Calcolare:

1. la quantità di carica, Δq, transitata attraverso il generatore di forza elettromotrice passando dalla prima configurazione, figura (a), alla seconda, figura (b)
   $\Delta q =$ ....

2. il lavoro svolto dal generatore, L_{gen}, nel passaggio dalla prima configurazione alla seconda , discutendone il segno
   $L_{gen} =$ ....

3. il lavoro esterno necessario per estrarre il dielettrico dal condensatore, L_{est}
   $L_{est} =$ ....

Soluzione Esercizio 2

1. Il generatore di forza elettromotrice mantiene la differenza di potenziale costante ai capi del condensatore.
   La carica iniziale è data dalla relazione:
   $$q = CV = \left(\frac{\epsilon_r \epsilon_0 S}{d}\right) V$$
   Mentre per la carica finale, q', quando dal condensatore è stato rimosso il dielettrico:
   $$q' = C'V = \left(\frac{\epsilon_0 S}{d}\right) V$$
   La carica transitata attraverso il generatore pertanto vale:
   $$\Delta q = q' - q = -\frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) SV}{d} = -1.77 \times 10^{-9}\ C$$

2. Il lavoro svolto dal generatore, L_{gen}, quando la carica ai capi del condensatore varia da q a q' a tensione costante, vale:
   $$L_{gen} = V\Delta q = -\frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) S}{d} V^2 = -1.77 \times 10^{-8}\ J$$
   ed è negativo (la carica sul condensatore diminuisce). Questo significa che il generatore assorbe energia dal circuito (se fosse una pila ricaricabile, si caricherebbe).

3. Il lavoro esterno, L_{est}, necessario per estrarre il dielettrico è fornito dal bilancio dell'energia: $U + Lgen + Lest = U'$, dove l'energia immagazzinata nel condensatore prima dell'estrazione del dielettrico (U) e dopo (U') sono date dalle relazioni:
   $$U = \frac{1}{2} C V^2 \qquad U' = \frac{1}{2} C' V^2$$
   Pertanto
   $$L_{est} = \frac{1}{2}(C' - C)V^2 - L_{gen} = -\frac{1}{2}(\epsilon_r - 1)\frac{\epsilon_0 S}{d} V^2 + \epsilon_0 \frac{(\epsilon_r - 1) S}{d} V^2 = \frac{1}{2}(\epsilon_r - 1)\frac{\epsilon_0 S}{d} V^2 = 8.85 \times 10^{-9}\ J$$
   il lavoro esterno è positivo.