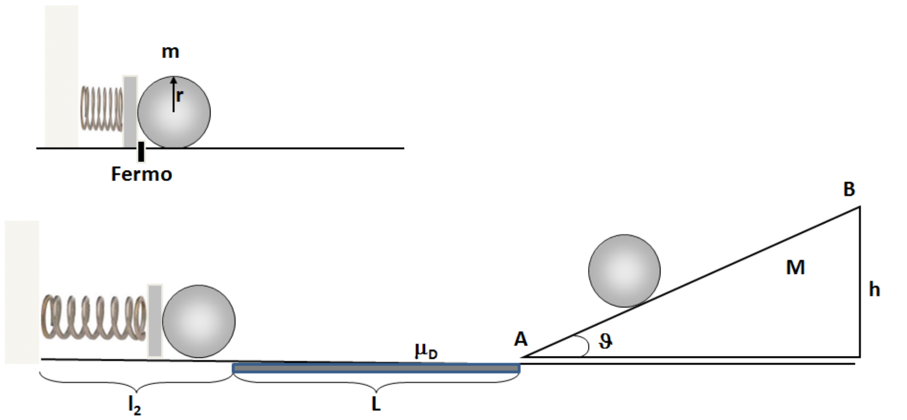
Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 28/07/2015
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1

Una sfera di massa $m = 1$kg e raggio $r = 0.1$m è appoggiata a una molla di costante elastica $K = 60$N/m e lunghezza a riposo $l_0 = 0.3$m. La molla è inizialmente compressa con un fermo, la sua lunghezza è $l_1 = 0.1$m. A un certo istante il fermo che trattiene la molla viene rimosso e la molla comincia a muoversi sul piano orizzontale. Il primo tratto fino alla distanza $l_2 = 0.5$m è privo di attrito, nel tratto successivo $L = 1$m è presente attrito dinamico $\mu_D = 0.4$. A distanza $l_2 + L$ dalla parete cui è ancorata la molla c'è un piano inclinato di massa $M = 2$kg, angolo $\theta = 30^o$, altezza $h = 5$m privo di attrito nel tratto AB e che può muoversi senza attrito sul piano orizzontale.



Si calcoli:

a) la velocità del centro di massa della sfera quando inizia a percorrere il tratto L con attrito

$$v_{iL} = ...$$

b) il tempo impiegato dalla sfera a raggiungere il piano inclinato partendo dalla distanza l_2

$$t_{totL} = ...$$

c) la velocità del piano inclinato quando la sfera raggiunge il punto di massima altezza

$$v_{finp} = ...$$

Soluzione

a)
Per calcolare la velocità del centro di massa della sfera quando inizia a percorrere il tratto L con attrito si può applicare la conservazione dell'energia. Nel momento in cui viene rimosso il fermo, infatti, l'energia potenziale elastica della molla si trasforma in energia cinetica della sfera.

$$\frac{1}{2}K\Delta l^2 = \frac{1}{2}mv_{iL}^2 \;\Rightarrow\; v_{iL} = \sqrt{\frac{K\Delta l^2}{m}} = 1.55m/s$$

Con $\Delta l = l_0 - l_1$
b)
Inizialmente, nel tratto in cui è presente attrito, il corpo striscia ma non rotola. In questo tratto agisce la forza di attrito $F_a = \mu_D mg$ opposta al moto; quindi:

$$v_{cm}(t) = v_{iL} - \mu_D gt$$

Per effetto del momento della forza di attrito il corpo inizia a rotolare, pur continuando a strisciare. Assumendo come polo il centro di massa si ha:

$$\mu_D mgr = I_{cm}\alpha = \frac{2}{5}mr^2\alpha \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{5\mu_D g}{2r}$$

si ottiene quindi:

$$\omega(t) = \alpha t = \frac{5\mu_D gt}{2r}$$

Ad un certo istante t_1 si ha $v_{cm} = \omega r$ pertanto:

$$t_1 = \frac{2v_{iL}}{7\mu_D g}$$

Si possono quindi ricavare sia la distanza percorsa dalla sfera nel tempo t_1 sia la $\omega(t_1)$

$$d(t_1) = -\frac{1}{2}\mu_D gt_1^2 + v_{iL}t_1 \quad ; \quad \omega(t_1) = \alpha t_1$$

Da questo istante in poi la sfera procede con moto rettilineo uniforme. Il tempo che impiega a percorrere $D = L - d(t_r)$ è:

$$t_2 = \frac{D}{\omega(t_1)r}$$

il tempo totale impiegato dalla sfera a raggiungere il piano inclinato partendo dalla distanza l_2 è:

$$t_{totL} = t_1 + t_2 = 0.87s$$

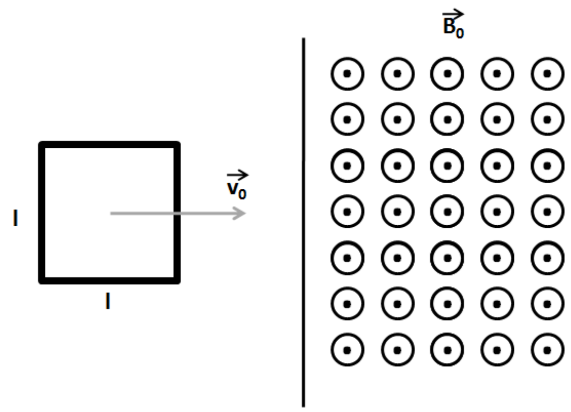
c)
Per trovare la velocità del piano inclinato quando la sfera raggiunge il punto di massima altezza basta conservare la quantità di moto lungo l'asse orizzontale (l'unica forza esterna al sistema sfera+piano inclinato è quella di gravità che però agisce verticalmente). Si ha quindi:

$$m\omega(t_1)r = (M+m)v_{finp} \;\Rightarrow\; v_{finp} = \frac{m\omega(t_1)r}{M+m} = 0.37m/s$$

Nel momento in cui la sfera raggiunge il punto di massima altezza sul piano inclinato i due corpi hanno la stessa velocità lungo l'asse orizzontale.

Esercizio 2

Un circuito quadrato di lato $l = 10\text{cm}$ e massa $m = 10\text{g}$ è costituito da un filo di resistività $\rho = 0.017\Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$ e sezione $S = 0.1\text{mm}^2$. Il circuito si sposta senza attrito su un piano orizzontale con velocità $v_0 = 1\text{m/s}$ quando penetra in una regione in cui è presente un campo magnetico costante diretto verso l'alto, di modulo $B_0 = 0.1\text{T}$.



Si calcoli:

a) Il tempo impiegato dal circuito per entrare nella regione in cui è presente il campo magnetico fino a $l/2$ (si ricordi che la soluzione generale di un'equazione differenziale del tipo $\frac{dy}{f(y)} = g(x)dx$ è $\int \frac{dy}{f(y)} = \int g(x)dx$)

$$t_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

b) la forza che agisce sul circuito al tempo t_1

$$F_{l/2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

c) l'energia dissipata nel circuito per effetto joule nel tempo t_1

$$E_{diss} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Soluzione

a)
Quando il circuito si trova completamente fuori dalla regione con B_0 o quando è completamente immersa nella regione con B_0, il flusso di B_0 attraverso il circuito $\Phi(B_0)$ è costante e non circola corrente. Nella fase transitoria in cui la spira penetra nella regione con B_0 ma non è completamente immersa in essa, si ha che $\Phi(B_0)$ varia nel tempo e quindi circola corrente nella spira. Detta x la porzione di circuito entrata nella regione con campo B_0, per il flusso $\Phi(B_0)$ e per la sua derivata rispetto al tempo si può scrivere che:

$$\Phi(B_0) = B_0 l x \;\Rightarrow\; fem = -\frac{d\Phi(B_0)}{dt} = -B_0 l v(t)$$

Da cui si ricava:

$$I(t) = -\frac{B_0 l v(t)}{R}$$

Con $R = \rho 4l/S$. La forza che agisce sul circuito quando è penetrato nella zona con B_0 è:

$$F(t) = I(t) l B_0 = -\frac{B_0^2 l^2 v(t)}{R}$$

Da questa relazione si ottiene:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{B_0^2 l^2 v(t)}{mR}$$

che ha come soluzione:

$$ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{B_0^2 l^2 t}{mR} \;\Rightarrow\; v(t) = v_0 exp\left(-\frac{B_0^2 l^2 t}{mR}\right)$$

Scrivendo $v(t) = dx/dt$ si ottiene:

$$x(t) = \frac{v_0 mR}{B_0^2 l^2}\left(1 - e^{-B_0^2 l^2 t/mR}\right)$$

Quindi il tempo che impiega la spira per entrare fino a $l/2$ è:

$$\frac{l}{2} = \frac{v_0 mR}{B_0^2 l^2}\left(1 - e^{-B_0^2 l^2 t_1/mR}\right) \;\Rightarrow\; e^{-B_0^2 l^2 t_1/mR} = 1 - \frac{B_0^2 l^3}{2 v_0 mR} \;\Rightarrow\; t_1 = -ln\left(1 - \frac{B_0^2 l^3}{2 v_0 mR}\right)\frac{mR}{B_0^2 l^2} = 0.05s$$

b)
La velocità al tempo t_1 è:

$$v(t_1) = v_0\left(1 - \frac{B_0^2 l^3}{2 v_0 mR}\right)$$

Quindi il modulo della forza che agisce sul circuito quando è penetrato nella zona interessata dal campo magnetico per $l/2$ è:

$$F_{l/2} = \frac{B_0^2 l^2 v(t_1)}{R} = 1.5 \cdot 10^{-3} N$$

c)
La potenza dissipata è:

$$P(t) = R i(t)^2 = \frac{B_0^2 l^2 v(t)^2}{R}$$

Da cui si ricava l'energia dissipata sulla resistenza dopo un tempo t_1:

$$E_{diss} = \int_0^{t_1} P(t) dt = \frac{B_0^2 l^2}{R}\int_0^{t_1} v(t)^2 dt = \frac{v_0^2 mR}{2 B_0^2 l^2}\left(1 - e^{-2B_0^2 l^2 t_1/mR}\right) = 0.05J$$