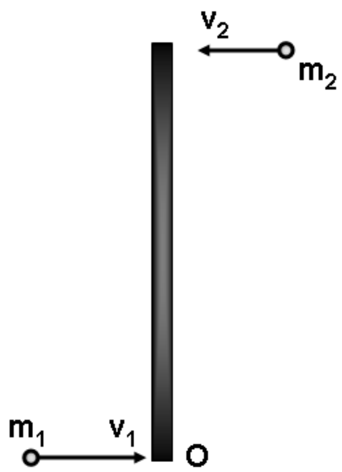
Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 23/02/2015
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1

Due masse puntiformi $m_1 = 4.0$kg e $m_2 = 1.5$kg urtano da versi opposti un'asta di lunghezza $L = 4.2$m e massa $M = 1.7$kg (vedere figura sottostante). Le due masse si muovono con velocità di modulo, rispettivamente, $v_1 = 4.2$m/s e $v_2 = 1.6$m/s. L'urto (agli estremi dell'asta) è perfettamente anelastico e avviene nello stesso istante per entrambe le masse.



Si calcoli:

a) La velocità del centro di massa subito dopo l'urto e la distanza del centro di massa dal punto O (estremo dell'asta):

$$v_{cm} = \text{...........................} \qquad d_{cm} = \text{...........................}$$

b) Il modulo della velocità angolare del sistema subito dopo l'urto:

$$\omega_s = \text{...........................}$$

c) L'energia meccanica dissipata nell'urto:

$$E_{diss} = \text{...........................}$$

Soluzione

a) Per valutare la velocità del centro di massa del sistema, subito dopo l'urto, si applica la conservazione della quantità di moto, poichè sul sistema non agiscono forze esterne. La quantità di moto iniziale, è quella delle due masse (il verso positivo è quello di v_1):

$$P_{iniz} = m_1 v_1 - m_2 v_2$$

mentre quella finale del sistema è:

$$P_{fin} = (m_1 + m_2 + M) v_{cm}$$

Uguagliando la quantità di moto finale con quella iniziale si può ricavare la velocità del centro di massa del sistema:

$$v_{cm} = \frac{P_{iniz}}{m_1 + m_2 + M} = 2m/s$$

La distanza del centro di massa dal punto O dell'asta (dopo l'urto) si calcola nel seguente modo:

$$d_{cm} = \frac{m_2 L + ML/2}{m_1 + m_2 + M} = 1.37m$$

b) Il momento d'inerzia del sistema calcolato nel centro di massa del sistema é:

$$I = m_1 d_{cm}^2 + m_2 (L - d_{cm})^2 + ML^2/12 + M(L/2 - d_{cm})^2$$

In un sistema di riferimento solidale con il centro di massa del sistema, la componente z del momento angolare totale, subito prima dell'urto é:

$$L_z = m_1 v_1 d_{cm} + m_2 v_2 (L - d_{cm})$$

Dalla conservazione del momento angolare $\vec{L_z} = \vec{L_f}$ si ottiene:

$$L_f = I\omega = L_z \Longrightarrow \omega = \frac{L_z}{I} = 1.3s^{-1}$$

c) L'energia cinetica del sistema prima dell'urto vale:

$$E_i = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

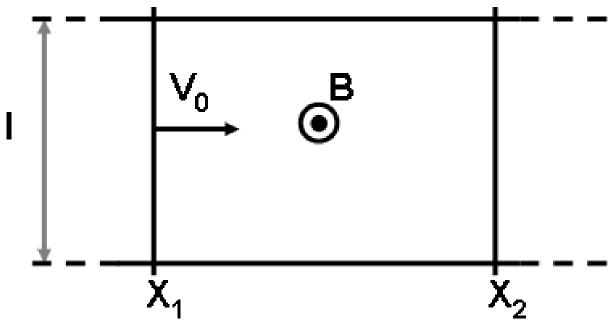
Quella dopo l'urto è:

$$E_f = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + M) v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

L'energia meccanica dissipata nell'urto è data, pertanto, dalla differenza tra E_f e E_i:

$$E = E_f - E_i = 3.4J$$

Esercizio 2



Su una guida conduttrice scorrono, senza attrito, due lati mobili di lunghezza $l = 0.9$m e massa $m = 0.15$kg. La resistenza del circuito è costante e vale $R = 16\Omega$. Il circuito si trova all'interno di un campo magnetico costante e uniforme $B = 1.3$T diretto perpendicolarmente alla superficie del circuito stesso. $X_1(t)$ e $X_2(t)$ sono le posizioni dei lati all'istante t e $V_i = dX_i(t)/dt$ le rispettive velocità. Inizialmente il lato 1 possiede velocità $V_0 = 12$m/s mentre il lato 2 è in quiete ($V_1(0) = V_0$, $V_2(0) = 0$) Si calcoli:

a) la velocità finale dei lati (assumendo che essi non arrivino mai a toccarsi):

$V_{1f} =$ .... $V_{2f} =$ ....

b) la potenza dissipata al tempo $t_p = 2$s:

$P(t_p) =$ ....

c) L'energia totale dissipata per effetto joule e l'energia cinetica finale:

$E_{diss} =$ .... $E_f =$ ....

Soluzione

a) La forza elettromotrice indotta nel circuito (ϵ) è data dalla variazione, nel tempo, del flusso di campo magnetico (Φ) attraverso la superficie della spira:

$$\Phi = l(X_2 - X_1)B \Longrightarrow \epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -l(V_2 - V_1)B$$

Da cui si ricava la corrente che circola nella spira:

$$I = \frac{\epsilon}{R} = -\frac{lB}{R}(V_2 - V_1)$$

Le forze agenti sui lati mobili sono date da $\pm lBI$ e sono dirette in verso opposto alle velocità. Le equazioni del moto sono pertanto:

$$m\frac{dV_1}{dt} = -lBI = \frac{l^2B^2}{R}(V_2 - V_1) \quad ; \quad m\frac{dV_2}{dt} = +lBI = -\frac{l^2B^2}{R}(V_2 - V_1)$$

Sommando e sottraendo le equazioni precedenti si ottiene:

$$\frac{d}{dt}(V_2 + V_1) = 0 \quad ; \quad \frac{d}{dt}(V_2 - V_1) = -\frac{2l^2B^2}{Rm}(V_2 - V_1)$$

Da queste relazioni si ricavano le soluzioni corrispondenti alle condizioni iniziali:

$$V_2 + V_1 = V_0 \quad ; \quad V_2 - V_1 = -V_0 e^{-t/\tau}$$

con $\tau = Rm/(2l^2B^2)$. Le velocità dei lati sono pertanto:

$$V_{1,2} = \frac{V_0}{2}(1 \pm e^{-t/\tau})$$

e asintoticamente $V_{1f,2f}(t \to \infty) = \frac{V_0}{2} = 6\text{m/s}$

b) La potenza dissipata è $P = RI^2$ dove l'espressione esplicita della corrente è :

$$I = -\frac{lBV_0}{R}e^{-t/\tau}$$

Si può quindi ricavare la potenza dissipata per effetto joule al tempo t_p:

$$P(t_p) = \frac{l^2B^2V_0^2}{R}e^{-2t_p/\tau} = 0.13\text{W}$$

c) L'energia totale dissipata è:

$$E_{diss} = \int_0^\infty RI^2(t)dt = \frac{(lBV_0)^2}{R}\int_0^\infty e^{-2t/\tau}dt = \frac{(lBV_0)^2}{R}\frac{\tau}{2} = \frac{mV_0^2}{4} = 5.4J$$

ed è uguale alla differenza tra energia cinetica iniziale e finale. Si ricava quindi:

$$E_f = \frac{1}{2}mV_0^2 - \frac{mV_0^2}{4} = \frac{mV_0^2}{4} = 5.4J$$