Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 04/02/2014
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1

cubo.png

Un proiettile di massa $m = 100$ g viene sparato ad una altezza h contro un cubo di legno di lato $a = 30$ cm e densita' $\rho = 0.8$ g/cm^3 La velocità del proiettile è orizzontale e pari a $V_0 = 100$ m/s; si consideri istantanea la penetrazione del proiettile nel legno e facciamo l' ipotesi che il proiettile si fermi a distanza $d = a/2$ dalla parete di ingresso.
Il cubo di legno si trova su una superficie scabra con attrito radente caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.7$.

a) Supponendo che $h = a/2$, calcolare la distanza percorsa dal cubo prima di fermarsi.

$$d = \text{.......................}$$

Nell'urto si conserva la quantità di moto P, quindi

$$\Delta P = \rho * a^3 V_f + mV_f - mV_0 = 0$$

dove si è posto che $V_f^{proiettile} = V_f^{cubo}$, visto che il proiettile resta conficcato nel cubo. quindi si ottiene

$$V_f = \frac{mV_0}{\rho * a^3 + m}$$

Il moto del cubo dopo l'urto è uniformemente decelerato

$$F_a = \mu_d Mg = Ma \quad \Rightarrow \quad a = \mu_d g$$

La legge oraria della velocità del blocco sarà quindi

$$V(t) = 0 = V_f - \mu_d g t$$

da cui si può ricavare t

$$t_{stop} = \frac{V_f}{\mu_d g}$$

inserendo t_{stop} nella legge oraria del moto uniformemente decelerato si ottiene

$$d = V_f t_{stop} - \frac{1}{2}\mu_d g t_{stop}^2$$

b) Supponendo adesso il cubo incernierato lungo lo spigolo O, calcolare la velocità angolare con cui ruota il cubo subito dopo l'urto, in funzione dell'altezza h a cui viene colpito, sapendo che il momento di inerzia di un cubo è $I = \frac{1}{6}ma^2$

$$\omega(h) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Il momento angolare rispetto a O si conserva, quindi

$$I\omega = mV_0 h \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{mV_0 h}{I}$$

c) Calcolare a che altezza h occorre colpire il cubo per fare in modo che subito dopo l'urto il cubo ruoti di $\pi/2$ (senza scivolare) intorno allo spigolo O (in questo caso si consideri il cubo incernierato in O. Momento di inerzia di un cubo rispetto ad un asse passante per il suo baricentro $I = \frac{1}{6}ma^2$

$$h = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

L'energia meccanica si conserva dopo l'urto, per ruotare di $\pi/2$ il baricentro del cubo si alza di $\Delta y = \frac{a}{2}(\sqrt{2}-1)$ da cui

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = \rho a^3 g \Delta y$$

sostituendo

$$\frac{1}{2}I(\frac{mV_0 h}{I})^2 = \rho a^3 g \frac{a}{2}(\sqrt{2}-1)$$

da cui

$$h = \frac{\sqrt{\rho a^4 g(\sqrt{2}-1)I}}{mV_0}$$

(punteggio: 1.a,b,c = 5 punti)

Esercizio 2

`spira2.png`

Una spira quadrata di lato $a = 10$ cm e resistenza $R = 0.5\ \Omega$ si trova a distanza $d = 10$ cm da un filo indefinito percorso da una corrente variabile nel tempo. In particolare, nell'intervallo di tempo compreso fra 0 e 4 s la corrente ha un andamento del tipo: $I(t) = A(t_0 - t)t$ con $A = 100A/s^2$ e $t_0 = 4$ s. La spira è indeformabile ed è trattenuta nella sua posizione iniziale da una forza opportuna.

Trovare

a) l'espressione della fem indotta nella spira in funzione del tempo ed il suo valore massimo (5punti)

$$f.e.m.(t) = \text{.......................} \qquad f.e.m._{max} = \text{..........................}$$

Il campo magnetico generato dal filo è

$$B(t,r) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi}\frac{1}{r}$$

dove r è la distanza dal filo.
Il flusso di campo magnetico attraverso la spira va integrato sull'area della spira ottenendo:

$$\phi_B(t) = \frac{\mu_0 a I(t)}{2\pi}\log\frac{d_0 + a}{a}$$

La fem indotta risulta quindi

$$fem = -\frac{d\phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 a}{2\pi}\log\frac{d_0 + a}{a}(A(t_0 - 2t))$$

La fem decresce linearmente, pertanto il massimo si avrà nell'istante iniziale $t = 0$, quando la fem vale:

$$fem(t=0) = -\frac{d\phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 a}{2\pi}\log\frac{d_0 + a}{a}(At_0)$$

b) l' istante in cui la fem si annulla (5 punti)

$$t = \text{.......................}$$

La fem si annulla per

$$t_0 - 2t = 0 \Longrightarrow t = t_0/2 = 2s$$

c) gli istanti in cui la forza con la quale si deve trattenere la spira nella sua posizione e' massima in modulo (5punti)

$$t = \text{.......} \quad , \quad \text{...........} \quad , \quad \text{..........} \quad , \quad \text{..........} \quad ,$$

Le forze di Lorentz che agiscono sui due segmenti paralleli al filo sono diverse visto che $B(r)$ è diverso. In particolare la forza totale vale

$$F = IaB_1 - IaB_2 = \frac{fem(t)}{R}a \cdot \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a + d_0}\right)$$

$$F = (costanti)fem(t)I(t) = (costanti')(t_0 - 2t)(t_0 - t)t = (costanti')(t^3 - 3t_0t^2 + t_0^2 t)$$

i massimi/minimi del polinomio si hanno per:

$$\frac{dF}{dt} = (costanti')(3t^2 - 6t_0 t + t_0^2) = 0 \Longrightarrow t = t_0 \left(1 \pm \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$$

dato che $0 < t < t_0$ basta studiare i punti in: $t = 0; t = t_0; t = t_0 \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$, in modulo il massimo si trova in:

$$t = t_0 = 4s$$

(punteggio: 2.a.b.c = 5 punti)