

Esame di Fisica Generale del 16/01/2014

Cognome : ..... Nome : .....

Matricola: ..... Anno di corso : .....

## Esercizio 1

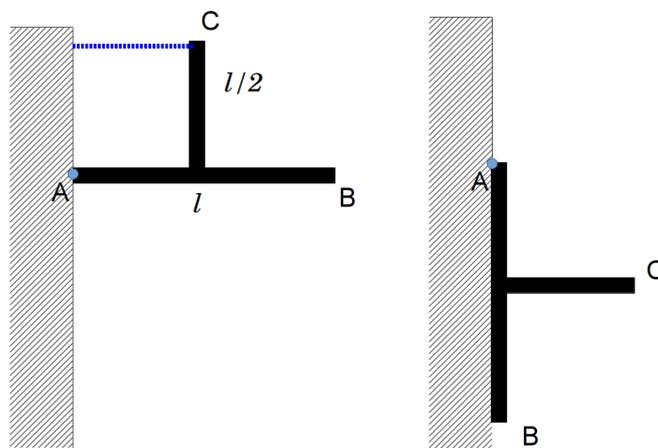


Figura 1:

Consideriamo il corpo rigido mostrato in figura: esso è costituito da due sbarre sottili (una di lunghezza  $l = 80$  cm e una di lunghezza  $l/2$ ) saldate fra loro come in figura nel punto medio di  $\overline{AB}$ ; la massa complessiva del corpo è pari a  $M = 100$  kg. L'estremo  $A$  del corpo rigido è ancorato ad una parete verticale tramite una cerniera (che ne permette la libera rotazione in un piano verticale). Il sistema è mantenuto in equilibrio statico nella disposizione in figura tramite una fune orizzontale che connette l'estremo  $C$  della barretta più corta alla parete. Si noti che in tale disposizione la barretta più lunga è orizzontale. Determinare:

- a) la tensione della corda:

$$|\vec{T}| = \dots\dots\dots;$$

- b) il modulo della reazione della cerniera:

$$|\vec{F}_c| = \dots\dots\dots.$$

Ad un certo istante la corda si spezza ed il corpo rigido inizia a cadere ruotando intorno al punto  $A$ . Determinare:

- c) la velocità angolare del corpo rigido nell'istante in cui esso urta la parete verticale:

$$|\omega| = \dots\dots\dots.$$

### Soluzione

- a) Il corpo è all'equilibrio, quindi il momento totale delle forze che agiscono su di esso è nullo. Se consideriamo come polo il punto  $A$ , i momenti delle forze  $|\vec{M}_T|$  e  $|\vec{M}_P|$ , dovuti alla tensione della corda e alla forza peso del corpo, sono pari a:

$$|\vec{M}_T| = |\vec{T}| \cdot l/2$$

$$|\vec{M}_P| = Mg \cdot l/2$$

da cui si ottiene:

$$|\vec{M}_P| = |\vec{M}_T| \implies |\vec{T}| = Mg = 981 \text{ N.}$$

b) Il corpo è all'equilibrio, quindi la forza totale che agisce su di esso è nulla:

$$M\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_C = 0 \implies \vec{F}_C = -M\vec{g} - \vec{T}$$

dove  $\vec{F}_C$  è la forza che la cerniera applica sul corpo rigido. Dato che la forza peso e la tensione della corda sono ortogonali abbiamo che:

$$|\vec{F}_C| = \sqrt{|Mg|^2 + |\vec{T}|^2} = \sqrt{2}Mg = 1387 \text{ N}$$

c) Non sono presenti forze dissipative, pertanto possiamo usare la conservazione dell'energia. La variazione di energia potenziale dell'asta orizzontale e verticale sarà data da:

$$\Delta U_{vert} = M/3 \cdot g[l/4 - (-l/2)] = 1/4 Mgl$$

$$\Delta U_{oriz} = 2/3 \cdot Mg[0 - (-l/2)] = 1/3 Mgl$$

$$\Delta U_{tot} = \Delta U_{vert} + \Delta U_{oriz} = 7/12 Mgl$$

Il momento d'inerzia delle due aste sarà pari a:

$$I_{vert} = 1/3 \cdot M/3 \cdot (l/2)^2 + M/3 (l/2)^2$$

$$I_{oriz} = 1/3 \cdot 2M/3 \cdot (l)^2$$

$$I_{tot} = I_{vert} + I_{oriz} = 1/3 Ml^2$$

Si può quindi calcolare  $\omega$ :

$$\Delta U_{tot} = 1/2 I_{tot} \omega^2 \implies \omega = \sqrt{(2\Delta U_{tot})/(I_{tot})} = \sqrt{7/2 g/l} = 6.55 \text{ rad/s}$$

## Esercizio 2

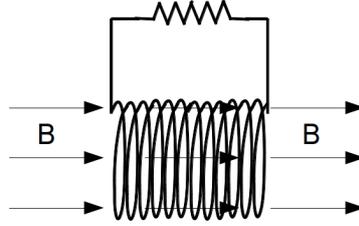


Figura 2:

Un solenoide rettilineo costituito da  $N = 10^3$  spire di area  $A = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ , è chiuso su una resistenza  $R = 30 \Omega$  e immerso in un campo magnetico  $\vec{B}$  uniforme e parallelo al suo asse. A partire dall'istante  $t = 0$  il campo magnetico diminuisce secondo la legge  $B(t) = B_0 - \alpha t^2$  e dopo un tempo  $t_0 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ s}$  si annulla; in questo intervallo di tempo nella resistenza  $R$  fluisce una carica complessiva pari  $q = 10^{-4} \text{ C}$ . Si trascurino gli effetti di auto-induzione. Determinare:

- a) la legge  $I = I(t, B_0)$  con cui varia la corrente nel circuito e il valore  $I_0 = I(t = 0, B_0)$ , entrambi espressi in funzione di  $B_0$ :

$$I(t, B_0) = \dots\dots\dots I_0(B_0) = \dots\dots\dots;$$

- b) i valori di  $B_0$  e  $\alpha$ ;

$$B_0 = \dots\dots\dots \alpha = \dots\dots\dots;$$

- c) l'energia  $W$  dissipata nel circuito nell'intervallo di tempo  $t_0$ :

$$W = \dots\dots\dots$$

### Soluzione

- a) Dato che il campo magnetico si annulla dopo un tempo  $t_0$  possiamo imporre:

$$0 = B(t = t_0) = B_0 - \alpha t_0^2 \implies \alpha = \frac{B_0}{t_0^2} \implies B(t) = B_0 \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_0} \right)^2 \right]$$

Il flusso totale del campo magnetico che attraversa le spire del solenoide è pari a:

$$\Phi_B = N \cdot B(t) \cdot A = NAB_0 \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_0} \right)^2 \right]$$

La forza elettromotrice indotta sarà quindi:

$$f_{em} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = NAB_0 \left[ \frac{2t}{t_0^2} \right]$$

Da cui si trova:

$$I(t, B_0) = \frac{V(t)}{R} = \frac{NAB_0}{R} \frac{2t}{t_0^2} = (11.1 \text{ A/Ts}) \cdot B_0 t$$

- b) La carica elettrica che attraversa la resistenza si può calcolare come:

$$q = \int_0^{t_0} I(t) dt = \int_0^{t_0} \frac{NAB_0}{R} \frac{2t}{t_0^2} dt = \left[ \frac{NAB_0}{R} \frac{t^2}{t_0^2} \right]_0^{t_0} = \frac{NAB_0}{R}$$

$$\implies B_0 = \frac{qR}{NA} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ T} \implies \alpha = 0.66 \text{ T/s}^2$$

- c) L'energia dissipata è pari ha:

$$\int_0^{t_0} P_{diss} dt = \int_0^{t_0} RI(t)^2 dt = \int_0^{t_0} R \left( \frac{NAB_0}{R} \frac{2t}{t_0^2} \right)^2 dt = R \int_0^{t_0} \left( \frac{2t}{t_0^2} \right)^2 dt = \frac{4}{3} \frac{Rq^2}{t_0} = 1.33 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

(punteggio: 1.a = 5 punti, 1.b = 5 punti, 1.c = 5 punti, 2.a = 5 punti, 2.b = 5 punti, 2.c = 5 punti)