Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Soluzioni compito di Fisica Generale del 27/02/2013

Soluzione esercizio 1

a) Tra un rimbalzo e il successivo, il moto della pallina lungo l'asse y è uniformemente accelerato. La sua legge oraria è quindi:

$$y(t) = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{i,y}t + y_i = -\frac{1}{2}gt^2 + h_0$$

Lungo l'asse x la pallina mantiene un moto uniforme con legge oraria:

$$x(t_1) = v_0 t$$

Il tempo necessario alla pallina per arrivare a terra si può ottenere dalla relazione:

$$0 = y = -\frac{1}{2}gt^2 + h_0 \Longrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = 0.451\,\mathrm{s}$$

e la distanza percorsa lungo x è:

$$x(t) = v_0\sqrt{\frac{2h_0}{g}} = 4.51\,\mathrm{m}$$

b) L'istante prima di toccare terra la pallina avrà una velocità di:

$$|v_{0,y}| = gt_1 = g\sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \sqrt{2gh_0}$$

Dopo il rimbalzo la velocità di riduce del 10% quindi sarà pari a:

$$|v_1| = 0.9 \cdot v_{0,y} = 0.9 \cdot \sqrt{2gh_0}$$

A questo punto la pallina risalirà e raggiungerà l'altezza massima quando $v_y = 0$, in un tempo:

$$t_{salita} = \frac{|v_2|}{g} = 0.9\sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

La sua massima altezza è quindi pari a:

$$h_1 = |v_1|t_{salita} - \frac{1}{2}gt^2_{salita} = gt^2_{salita} - \frac{1}{2}gt^2_{salita} = \frac{1}{2}gt^2_{salita} = (0.9)^2 h_0 = 0.81\,\mathrm{m}$$

Il tempo di discesa è uguale a quello di salita, quindi il secondo urto avverà al tempo:

$$t_2 = t_1 + 2\cdot t_{salita} = \sqrt{\frac{2\cdot h_0}{g}} + 2\cdot 0.9\sqrt{\frac{2h_0}{g}} = (1 + 2\cdot 0.9)\sqrt{\frac{2h_0}{g}} = 1.26\,\mathrm{s}$$

La posizione del secondo urto sarà data da:

$$x(t_2) = v_0 t_2 = (1 + 2\cdot 0.9)v_0\sqrt{\frac{2h_0}{g}} = 12.6\,\mathrm{m}$$

c) Ripetendo i conti del punto b) per l'n-esimo rimbalzo si ottiene:

$$h_n = (0.9)^{2n}\, h_0; \quad \Delta(t_n) = 2\cdot(0.9)^n \cdot v_0\sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

Il tempo t_{n+1} sarà quindi dato dal tempo t_1 sommato a tutti gli intervalli di tempo $\Delta(t_i)$:

$$t_{n+1} = t_1 + \sum_{i=1}^{n}\Delta(t_i)$$

d) Per calcolare il tempo per cui la pallina inizia a rotolare, calcoliamo la sommatoria per $n \to \infty$:

$$t_f = t_1 + \sum_{i=1}^{n} \Delta(t_i) = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \left(1 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n} (0.9)^n \right)$$

Considerando che:

$$\sum_{i=1}^{n} (0.9)^n = \sum_{i=0}^{n} (0.9)^n - 1 = \frac{1}{1-0.9} - 1 = 9$$

Si ottiene

$$t_f = 19 \cdot v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

E quindi:

$$x_f = v_0 t_f = 19 \cdot v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = 85.8\,\mathrm{m}$$

Soluzione esercizio 2

Poichè la spira è in rotazione, l'angolo che essa forma con il campo magnetico B risulta essere

$$\theta = \omega t + \theta_0$$

in particolare visto che al tempo $t = 0$ essa risulta ortogonale al campo, possiamo scegliere $\theta_0 = 0$.

Il flusso attraverso la spira si può quindi scrivere come

$$\phi_B = Bl^2 cos(\omega t)$$

dove l^2 è l'area di una spira quadrata di lato l.

La forza elettromotice indotta è

$$fem = -\frac{d\phi_B}{dt} = Bl^2 \omega sin(\omega t)$$

visto che il circuito è chiuso da una resistenza R, dalla legge di Ohm $V = IR$ si ricava che

$$I = \frac{Bl^2 \omega sin(\omega t)}{R}$$

La potenza dissipata dalla resistenza (e quindi la potenza necessaria per tenere in rotazione la spira) risulta essere

$$P = VI = I^2 R = \frac{(Bl^2 \omega sin(\omega t))^2}{R}$$

Nel caso di due spire ortogonali, le potenze risultano sfasate di $\pi/2$, ovvero

$$P_1 = \frac{(Bl^2 \omega sin(\omega t))^2}{R}$$

$$P_2 = \frac{(Bl^2 \omega sin(\omega t + \pi/2))^2}{R} = \frac{(Bl^2 \omega cos(\omega t))^2}{R}$$

considerando che $cos^2(\alpha) + sin^2(\alpha) = 1$, la potenza totale risulta essere

$$P_2 = \frac{(Bl^2 \omega)^2}{R}$$

quindi indipendente dal tempo.