Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 19/02/2016
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1

Una sfera di raggio $r_1 = 40\text{cm}$ e massa $m_1 = 3\text{kg}$ rotola senza strisciare su un piano orizzontale. Intorno ad essa è avvolto un filo inestensibile di massa nulla, che è collegato all'estremo opposto ad un blocco di massa $m_2 = 2\text{kg}$, posto su un piano inclinato privo di attrito. Il filo è avvolto attorno a una scanalatura di profondità trascurabile, in modo da non interferire col moto di rotolamento della sfera di raggio r_1. L'angolo tra il piano inclinato e l'orizzontale vale $\theta = \pi/6\text{rad}$. Inizialmente il sistema è in quiete.

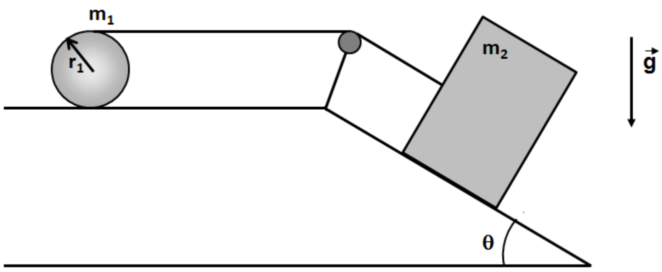

Figura 1

Dopo che la massa m_1 si è spostata di un tratto $l = 80\text{cm}$ Si calcoli:

a) la velocità angolare della sfera

$\omega =$ ....

b) il modulo della variazione di quantità di moto del sistema costituito da sfera, filo e blocco

$\Delta p =$ ....

c) L'accelerazione del centro di massa della sfera

$a_1 =$ ....

Soluzione

a)
I è il momento d'inerzia della sfera riferito al punto di contatto con il piano:

$$I = \frac{2}{5}m_1 r_1^2 + m_1 r_1^2 = \frac{7}{5}m_1 r_1^2$$

Imponendo la conservazione dell'energia meccanica si ha che:

$$m_2 g 2 l sin(\theta) = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

dove ω rappresenta la velocità angolare della sfera e v_2 il modulo della velocità della massa m_2. Poichè il filo è inestensibile si può scrivere:

$$v_2 = 2\omega r_1$$

Sfruttando questa condizione si ottiene:

$$m_2 g 2 l sin(\theta) = \frac{1}{2}\left(I + 4m_2 r_1^2\right)\omega^2$$

Da cui:

$$\omega = \sqrt{\frac{4m_2 g l sin(\theta)}{I + 4m_2 r_1^2}} = 4s^{-1}$$

b)
La quantità di moto non si conserva. Il modulo della variazione della quantità di moto è uguale al modulo della quantità di moto finale del sistema in considerazione.

$$\Delta p = p_{finale} = \sqrt{(m_1\omega r_1 + m_2 v_2 cos(\theta))^2 + (m_2 v_2 sen(\theta))^2} = 10.8kgm/s$$

c)
Scrivendo l'energia in funzione dell'angolo di rotazione φ si ha:

$$E = \frac{1}{2}\left(I + 4m_2 r_1^2\right)\dot{\varphi}^2 - m_2 g 2 r_1 \varphi sin(\theta)$$

Dalla conservazione dell'energia si ha:

$$\frac{d}{dt}E = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\left(I + 4m_2 r_1^2\right)\dot{\varphi}^2 - m_2 g 2 r_1 \varphi sin(\theta)\right) = \left(I + 4m_2 r_1^2\right)\dot{\varphi}\ddot{\varphi} - m_2 g 2 r_1 \dot{\varphi} sin(\theta) = 0$$

da questa relazione si ottiene l'accelerazione angolare della sfera:

$$\ddot{\varphi} = \frac{m_2 g 2 r_1 sin(\theta)}{I + 4m_2 r_1^2}$$

Poichè la sfera fa un moto di puro rotolamento, l'accelerazione del centro di massa vale:

$$a_1 = r_1\ddot{\varphi} = 1.6m/s^2$$

Il moto del centro di massa della sfera è uniformemente accelerato.

Esercizio 2

Una barretta metallica di lunghezza $L = 0.2$m può muoversi liberamente su una guida metallica, a U, posizionata su un tavolo (vedere figura 2). La massa della barretta è $M = 100$g e $D = 0.3$m. Barretta e guida metallica compongono un circuito elettrico rettangolare nel quale è presente una resistenza $R = 2\Omega$. Si suppone che il circuito sia immerso in un campo magnetico perpendicolare al piano del circuito e diretto verso l'alto.

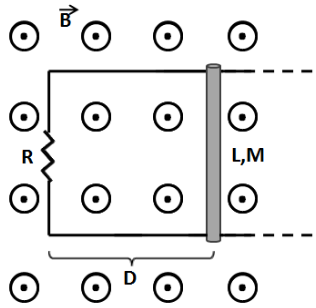

Figura 2

Il modulo del campo magnetico varia con il tempo secondo l'espressione $B(t) = B_0 + kt$ con $B_0 = 1$T e $k = 0.2T/s$. Considerando la barretta bloccata nella posizione iniziale, si calcoli:

a) la corrente che circola nel circuito al tempo $t_1 = 10$s

$$I = ...$$

b) il modulo della forza che agisce sulla barretta al tempo $t_1 = 10$s

$$F = ...$$

Si assuma che, dopo $t_1 = 10$s, la barretta cominci a muoversi verso destra di moto rettilineo uniforme con velocità $v = 1$m/s.
Si calcoli:

c) la potenza istantanea che circola nel circuito al tempo $t_2 = 20$s

$$P_2 = ...$$

Soluzione

a)
La forza elettromotrice indotta nella spira dipende dalla variazione del flusso del campo magnetico attraverso la spira stessa. Si ha pertanto:

$$\Phi(B) = B(t)LD \;\Rightarrow\; fem = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -LDk$$

Il modulo della corrente che circola nel circuito vale:

$$I = \frac{|fem|}{R} = 6 \cdot 10^{-3}A$$

b)
Il modulo della forza che il campo magnetico esercita al tempo $t_1 = 10$s sulla barra percorsa dalla corrente I è:

$$F(t_1) = ILB(t_1) = \frac{L^2Dk(B_0 + kt_1)}{R} = 3.6 \cdot 10^{-3}N$$

c)
Per ricavare la forza elettromotrice indotta nella spira al tempo t_2 si considera la variazione del flusso del campo magnetico attraverso la spira stessa:

$$\Phi_2(B) = B(t)L(D + x(t)) \;\Rightarrow\; fem_2 = -\frac{d\Phi_2(B)}{dt} = -(L(D + v(t_2 - t_1))k + (B_0 + kt_2)Lv)$$

la potenza dissipata dal circuito all'istante t_2 vale:

$$P_2 = \frac{fem_2^2}{R} = 1W$$