Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 21/02/2017
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1

Due sfere, una di massa $m_1 = 2$kg e raggio $r_1 = 0.17$m la seconda di massa $m_2 = 8$kg e raggio $r_2 = 0.23$m, si urtano centralmente e rimangono attaccate senza deformarsi (troppo). La prima sfera viaggia alla velocità $v_1 = 34$m/s verso la seconda che è ferma ma ruota su se stessa con una velocità angolare $\omega_2 = 20$rad/s (vedere Fig.1).

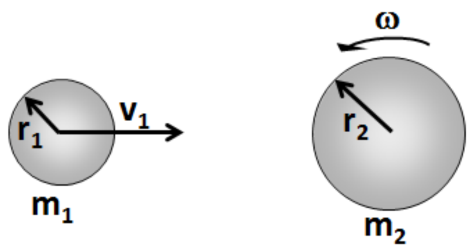

Fig.1

Si calcoli:

a) l'energia cinetica totale iniziale del sistema e la distanza tra il centro di massa del sistema (dopo l'urto) e il centro della prima sfera:

$E_c =$ .... ; $d_{cm} =$ ....

b) la velocità angolare del sistema dopo l'urto e la massima velocità del centro della seconda sfera rispetto al laboratorio

$\omega =$ .... ; $v_{max} =$ ....

c) la variazione di energia del sistema dovuta all'urto tra le due sfere:

$\Delta E =$ ....

Soluzione

a)
Il momento d'inerzia della seconda sfera è:

$$I_2 = \frac{2}{5} m_2 r_2^2$$

L'energia cinetica totale del sistema è:

$$E_c = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 = 1190J$$

La distanza del centro di massa del sistema dopo l'urto dal centro della prima sfera è:

$$d_{cm} = \frac{m_2(r_1 + r_2)}{m_1 + m_2} = 0.32m$$

b)
Durante l'urto si conservano sia la quantità di moto che il momento angolare del sistema. Dalla conservazione della quantità di moto si ricava la velocità del sistema composto dopo l'urto:

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 6.8m/s$$

Si calcola quindi il momento d'inerzia del sistema rispetto al centro di massa del sistema stesso:

$$I = \frac{2}{5} m_1 r_1^2 + \frac{2}{5} m_2 r_2^2 + m_1 d_{cm}^2 + m_2 (r_2 + r_1 - d_{cm})^2$$

Conservando il momento angolare del sistema si ottiene:

$$I\omega = I_2 \omega_2$$

da cui

$$\omega = \frac{I_2 \omega_2}{I} = 7.6rad/s$$

La massima velocità del centro della seconda sfera rispetto al laboratorio è:

$$v_{max} = \omega (r_2 + r_1 - d_{cm}) + v = 7.4m/s$$

c)
L'energia finale del sistema è:

$$E_f = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

La variazione di energia del sistema dovuta all'urto tra le due sfere è:

$$\Delta E = E_f - E_c = -912J$$

Esercizio 2

Una barra conduttrice, di massa $m = 100$g e resistenza $R = 500\Omega$, appoggia senza attrito su due binari orizzontali di resistenza trascurabile. La distanza tra i binari è $l = 40$cm e il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme $B = 0.8$T, perpendicolare ai binari ed alla barra (entrante nel foglio, vedere Fig.2). All'istante t=0 la barra è ferma e tra i binari viene posto un generatore ($V_A - V_B > 0$).

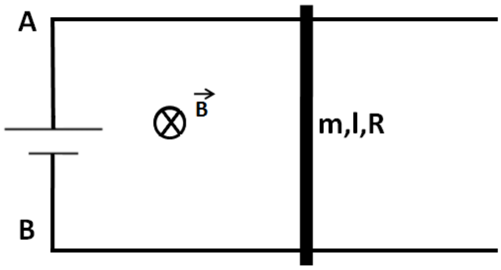

Fig.2

Il generatore fornisce una corrente costante $i_0 = 0.2$A. Si calcoli:

a) in che direzione si muove la sbarra e la velocità della sbarra al tempo $t_1 = 15$s

$$v_1 = ...$$

b) il lavoro fatto dal generatore fino al tempo t_1

$$L = ...$$

Se invece il generatore fornisse una FEM costante pari a $V_0 = 8$V calcolare:

c) la velocità limite della sbarra, ossia la velocità della sbarra quando si annulla l'accelerazione della sbarra stessa

$$v_{lim} = ...$$

Soluzione

a)
La corrente gira in senso orario, ed è diretta verso il basso lungo la barretta mobile. Il campo magnetico è entrante nel foglio, quindi la forza $\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$ é diretta verso destra. Poichè il generatore mantiene la corrente costante la forza è costante, e quindi si tratta di un moto uniformemente accelerato:

$$F = ilB = m\frac{dv}{dt} \rightarrow v_1 = \frac{ilB}{m}t = 9.6m/s$$

Nota che per mantenere la corrente costante il generatore dovrà contrastare la FEM indotta dal movimento della sbarretta, e quindi dovrà generare una FEM crescente nel tempo.
b) Il lavoro fatto dal generatore sarà pari all'energia cinetica acquistata dalla sbarretta, più l'energia dissipata sulla resistenza. Essendo la corrente costante, la potenza dissipata è costante (Ri^2), si otterrà:

$$L = Ri^2t + \frac{1}{2}mv^2 = 305J$$

c)
Se invece di una corrente costante il generatore fornisce una tensione costante, il moto non sarà più uniformemente accelerato poichè al crescere della velocità della sbarretta cresce la FEM indotta nel circuito. La FEM indotta è pari a:

$$FEM = -\frac{d\phi(B)}{dt} = -lB\frac{dx}{dt} = -lBv$$

La velocità limite si avrà quando la FEM indotta raggiunge la tensione del generatore, da quel momento infatti non circola più corrente nel circuito, e quindi la sbarretta non è più soggetta a forze esterne:

$$V_0 - vlB = 0 \rightarrow v_{lim} = \frac{V_0}{lB} = 25m/s$$