Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 13/01/2017
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1

Un'asta omogenea di sezione trascurabile e lunghezza $L = 1.8$m ha massa $M = 2$kg e può ruotare senza attrito intorno a un asse orizzontale passante per il punto C. La distanza di C dall'estremo B è $d = \frac{L}{3}$ (Fig.1.A). Un punto materiale di massa $m = 0.4$kg cade da una quota $h = \frac{L}{3}$ e fa un urto perfettamente anelastico con l'asta nell'estremo B.

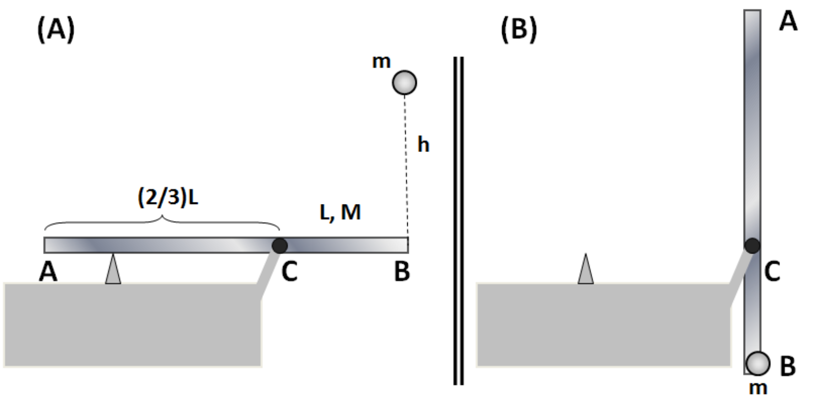

Fig.1

Si calcoli:

a) la velocità angolare dell'asta subito dopo l'urto

$$\omega = \text{.................}$$

b) il minimo valore di altezza, da cui far cadere m, affinché l'estremo A raggiunga la verticale (Fig.1.B)

$$h_{min} = \text{.................}$$

c) in quest'ultimo caso il modulo dell'impulso assorbito dal vincolo durante l'urto di m

$$\Delta p = \text{.................}$$

Soluzione

a)
Il tempo che impiega la massa m per raggiungere l'estremo B dell'asta è:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Da cui si ricava la velocità della massa m prima dell'urto:

$$v_{in} = gt$$

Il momento angolare, valutato rispetto al vincolo, si conserva durante l'urto. Si ha quindi

$$mv_{in}\frac{L}{3} = I\omega$$

con $I = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{6}\right)^2 + m\left(\frac{L}{3}\right)^2$ momento d'inerzia dell'oggetto dopo l'urto. Si ottiene:

$$\omega = \frac{mv_{in}\frac{L}{3}}{I} = 0.95Hz$$

b)
Dopo l'urto il centro di massa del sistema è a una distanza:

$$D_{cm} = \frac{\frac{1}{2}ML}{M+m}$$

dall'estremo B. Si conserva l'energia totale del sistema dopo l'urto:

$$\frac{1}{2}I\omega_{min}^2 = (M+m)g\left(D_{cm} - \frac{L}{3}\right)$$

da cui:

$$\omega_{min} = \sqrt{\frac{2(M+m)g\left(D_{cm} - \frac{L}{3}\right)}{I}}$$

Per ottenere un tale valore la massa m quando raggiunge l'estremo B deve avere una velocità pari a:

$$v_{min} = \frac{3I\omega_{min}}{Lm}$$

Tale velocità è raggiunta dalla massa m quando cade dall'altezza:

$$h_{min} = \frac{v_{min}^2}{2g} = 5.4m$$

c)
La quantità di moto del sistema prima dell'urto, considerando il caso precedente è:

$$p_{ini} = mv_{min}$$

Dopo l'urto si ha:

$$p_{fin} = (m+M)\omega_{min} * \left(D_{cm} - \frac{L}{3}\right)$$

Da cui si ricava l'impulso assorbito dal vincolo:

$$\Delta p = p_{fin} - p_{ini} = 3.09kg\frac{m}{s}$$

Esercizio 2

Una spira circolare di raggio $r = 1\text{m}$ è costituita da un filo conduttore di sezione circolare $s = 5\text{mm}^2$ e resistività $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8}\Omega\text{m}$. La spira è posizionata all'interno di un grande solenoide di raggio $R = 4\text{m}$ e lunghezza $L = R = 4\text{m}$. La spira risulta concentrica e coassiale al solenoide (Fig.2). Il solenoide è costituito da N spire dello stesso filo conduttore della spira per una lunghezza totale di $l = 50\text{km}$ di filo

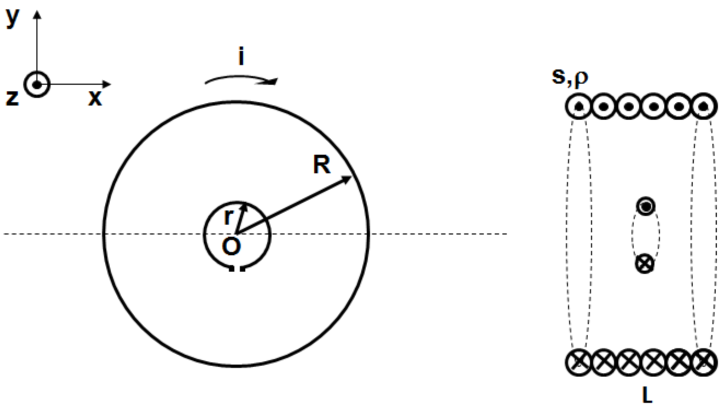

Fig.2

Si calcoli:

a) il modulo del campo magnetico generato dal solenoide nella posizione occupata dalla spira se in esso scorre una corrente $i = 2000\text{A}$ costante (nel calcolo del numero di avvolgimenti del filo si trascuri l'aumento di sezione del solenoide dovuto al filo stesso).

$$B_s = \text{................}$$

b) la massima differenza di potenziale ai capi della spira quando nel solenoide viene fatta circolare una corrente $I = I_0 cos(\omega t)$ con $I_0 = 1500\text{A}$ e $\omega = 300\text{Hz}$.

$$\Delta V_{max} = \text{................}$$

c) Nelle stesse condizioni la potenza massima sviluppata dalla corrente che circola nella spira

$$W = \text{................}$$

Soluzione

a)
Il numero totale di avvolgimenti di cavo (N) che costituisce il solenoide è:

$$N = \frac{l}{2\pi R} = 1990$$

Il campo magnetico nel solenoide risulta essere

$$B_{sol} = \mu_0 \frac{Ni}{L} = 1.25T$$

b) La resistenza della spira è:

$$Res = \frac{\rho 2\pi r}{s} = 2.14 \cdot 10^{-5}\Omega$$

La differenza di potenziale ai capi della bobina risulta:

$$\Delta V = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \mu_0 \omega \frac{NI_0 sin(\omega t)}{L} \pi r^2$$

si ricava quindi la d.d.p. massima ponendo pari a 1 il valore di $sin(\omega t)$:

$$\Delta V_{max} = \mu_0 \omega \frac{NI_0}{L} \pi r^2 = 886V$$

c) La resistenza della spira è:

$$Res = \frac{\rho 2\pi r}{s} = 2.14 \cdot 10^{-2}\Omega$$

La potenza massima dissipata dalla spira è quindi:

$$W = \frac{\Delta V_{max}^2}{R} = 3.67 \cdot 10^7 W$$