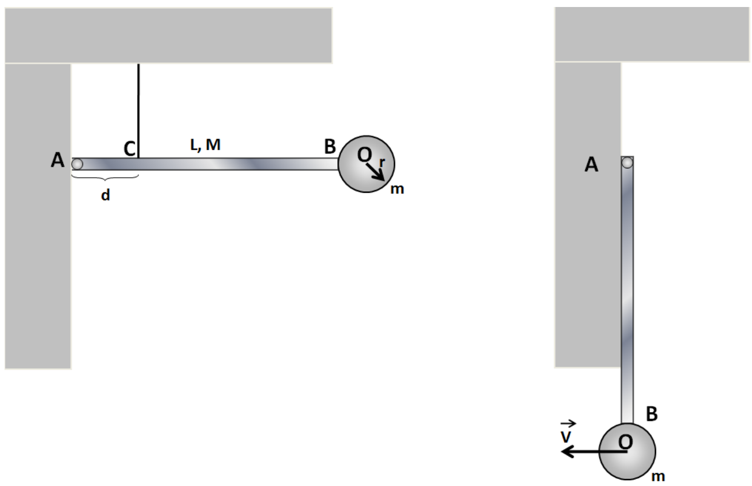
Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 13/01/2016
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1

Una sbarra omogenea di lunghezza $L = 1$m e massa $M = 3$kg è incernierata su una parete verticale e può ruotare senza attrito nel piano verticale. All'estremo B dell'asta è saldata una sfera piena di raggio $r = 10$cm e massa $m = 1$kg. Inizialmente la sbarra è tenuta in posizione orizzontale da un filo verticale, vincolato al punto C della sbarra e distante $d = 20$cm dall'estremo A dell'asta.



Si calcoli:

a) il modulo della tensione del filo e della reazione vincolare in A

$T =$ .... $R =$ ....

Il filo si spezza e l'asta ruota nel piano verticale; si calcoli:
b) il modulo dell'accelerazione angolare del sistema nell'istante immediatamente successivo alla rottura del filo

$\alpha =$ ....

c) il modulo della velocità del centro O della sfera nell'istante in cui l'asta passa per la sua posizione verticale

$v =$ ....

Soluzione

a)
Inizialmente si calcola la distanza del centro di massa del sistema dal punto A:

$$D_{cm} = \frac{ML/2 + m(L + r)}{M + m}$$

Per valutare il modulo della tensione del filo si uguaglia il momento della forza peso (P) a quello della forza esrcitata dal filo stesso (entrambi calcolati scegliendo come polo il punto A). Si ottiene:

$$M_P = M_T \Rightarrow (M + m)gD_{cm} = Td \Rightarrow T = \frac{(M + m)gD_{cm}}{d} = 127.4N$$

La reazione vincolare in A sarà tale da annullare la somma vettoriale delle forze:

$$\vec{R} + \vec{T} + \vec{P} = 0$$

Da cui si ricava che il modulo di R è:

$$R = T - P = 88.2N$$

b)
Preliminarmente si calcola il momento d'inerzia del sistema rispetto al punto A:

$$I_A = \frac{1}{3}ML^2 + \frac{2}{5}mr^2 + m(r + L)^2$$

Applicando la seconda equazione cardinale considerando come polo il punto A si ottiene il modulo dell'accelerazione angolare nell'istante immediatamente ssuccessivo alla rottura del filo:

$$I_A\alpha = (M + m)gD_{cm} \Rightarrow \alpha = \frac{(M + m)gD_{cm}}{I_A} = 11.5s^{-2}$$

c)
Si applica la conservazione dell'energia. La variazione di energia potenziale del sistema si trasforma in energia cinetica. Si può pertanto ricavare la velocità angolare del sistema quando la sbarra è verticale:

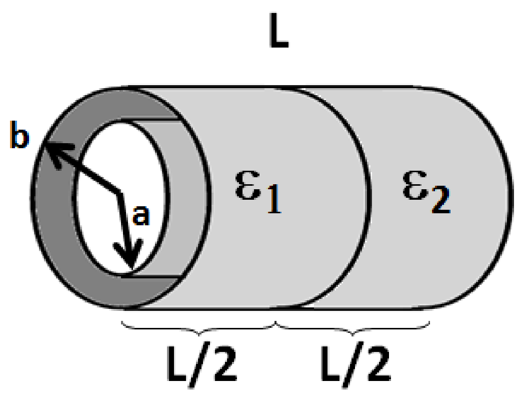
$$(M + m)gD_{cm} = \frac{1}{2}I_A\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2(M + m)gD_{cm}}{I_A}}$$

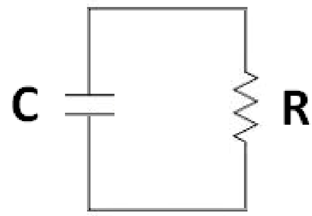
Quindi la velocità del centro della sfera quando la sbarra è verticale è:

$$v = \omega(L + r) = 5.3\frac{m}{s}$$

Esercizio 2

Un condensatore cilindrico di raggi $a = 0.3$cm e $b = 1$cm e di lunghezza $L = 30$cm è riempito con due diversi dielettrici di costante dielettrica relativa rispettivamente $\epsilon_{r1} = 2$ e $\epsilon_{r2} = 3$.





Si calcoli:

a) la capacità del condensatore ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$F/m)

$C =$ ....

Il condensatore, caricato a una differenza di potenziale $V = 50$V, viene scaricato su una resistenza $R = 10\text{k}\Omega$. Si calcoli:

b) l'energia totale dissipata sulla resistenza

$E =$ ....

c) la potenza istantanea dissipata sulla resistenza dopo un tempo $t_1 = 100$ns ($1\text{ns} = 10^{-9}s$)

$P(t_1) =$ ....

Soluzione

a)
Le capacità delle due parti del condensatore cilindrico sono rispettivamente:

$$C_1 = \pi \epsilon_0 \epsilon_{r1} \frac{L}{ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad ; \quad C_2 = \pi \epsilon_0 \epsilon_{r2} \frac{L}{ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Per calcolare la capacità totale del condensatore si possono considerare le due parti come due condensatori in parallelo, visto che le superfici delle armature sono equipotenziali. La capacità totale pertanto sarà data dalla somma delle due capacità:

$$C = C_1 + C_2 = 0.035 \cdot 10^{-9} F$$

b)
L'energia immagazzinata nel condensatore appena caricato è la stessa che viene dissipata dalla resistenza durante la scarica. Si ha quindi:

$$E = \frac{1}{2} C V^2 = 43.3 \cdot 10^{-9} J$$

c)
La differenza di potenziale ai capi del condensatore durante il processo di scarica presenta il seguente andamento:

$$V_C(t) = V e^{-t/(RC)}$$

La potenza, all'istante t_1, dissipata su R vale:

$$P(t_1) = \frac{V^2}{R} e^{-2t_1/(RC)} = 0.14 W$$