Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 02/02/2017
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1

Un pendolo ideale è formato da una massa puntiforme $m = 1$kg appesa a un filo inestensibile di lunghezza $l = 1$m vincolato nel punto A e può oscillare sul piano verticale. Il pendolo viene lasciato oscillare liberamente a partire dalla posizione iniziale definita dall'angolo $\theta = 30°$. Al vincolo A è appesa anche un'asta sottile di massa $M = 2$kg e lunghezza $L = 1.2$m collegata a una sfera di massa $M_s = 1.5$kg e raggio $R = 20$cm (vedere Fig.1).

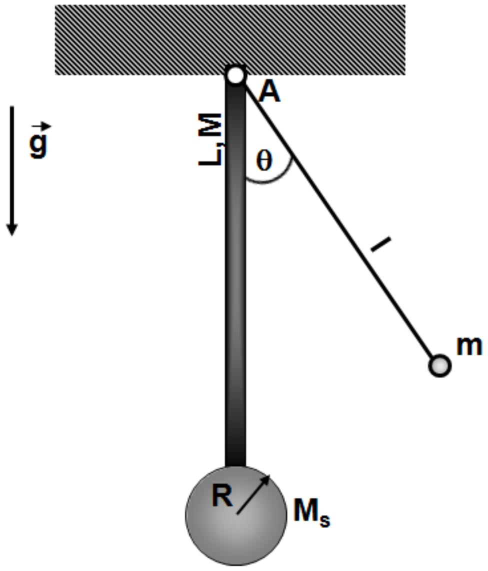

Figura 1

Si calcoli:

a) la velocità di m un'istante prima dell'urto con l'asta:

$$v_m = \text{.................}$$

Supponendo l'urto perfettamente elastico si calcoli:

b) la velocità angolare con cui l'asta inizia ad oscillare

$$\omega = \text{.................}$$

c) il modulo dell'impulso assorbito dal vincolo A durante l'urto:

$$p = \text{.................}$$

Soluzione

a)
Imponendo la conservazione dell'energia si ottiene:

$$mg(l - lcos(\theta) = \frac{1}{2}mv_m^2$$

da cui

$$v_m = \sqrt{2g(l - lcos(\theta)} = 1.62m/s$$

b)
Si calcola quindi il momento d'inerzia del sistema (asta + sfera) rispetto al punto A:

$$I_A = \frac{1}{3}ML^2 + \frac{2}{5}M_sR^2 + M_s(L + \frac{R}{2})^2$$

In questo caso si conservano sia il momento angolare che l'energia del sistema:

$$mv_ml = I_A\omega + mv_{mf}l \qquad ; \qquad mv_m^2 = I_A\omega^2 + mv_{mf}^2$$

da cui

$$ml(v_m - v_{mf}) = I_A\omega \qquad ; \qquad m(v_m + v_{mf})(v_m - v_{mf}) = I_A\omega^2$$

dividendo membro a membro si ottiene

$$\frac{(v_m + v_{mf})}{l} = \omega \qquad ; \qquad ml(v_m - v_{mf}) = I_A\omega$$

da cui:

$$v_{mf} = v_m\frac{ml^2 - I_A}{ml^2 + I_A} = -0.90m/s$$

$$\omega = \frac{v_m(2ml^2)}{l(ml^2 + I_A)} = 0.72s^{-1}$$

c)
La quantità di moto del sistema prima dell'urto è data da:

$$p_{in} = mv_m$$

Si calcola ora la distanza del centro di massa del sistema asta+sfera dal punto A

$$d_{cm} = \frac{ML/2 + M_s(L + R/2)}{M + M_s}$$

La quantità di moto finale del sistema è:

$$p_f = mv_{mf} + (M + M_s)\omega d_{cm}$$

da cui:

$$\Delta p = |p_f - p_{in}| = 0.26kgm/s$$

Esercizio 2

Un filo indefinito ha forma cilindrica di raggio $R = 10$cm ed è percorso da corrente perpendicolare al filo stesso e di densità superficiale $J = 2\text{A/mm}^2$. All'interno del filo sono presenti due cavità cilindriche i cui assi sono paralleli all'asse del filo e i cui centri O' e O" distano entrambi $r = 5$cm dal centro O del filo. Le due cavità hanno entrambe raggio r (vedere Fig.2).

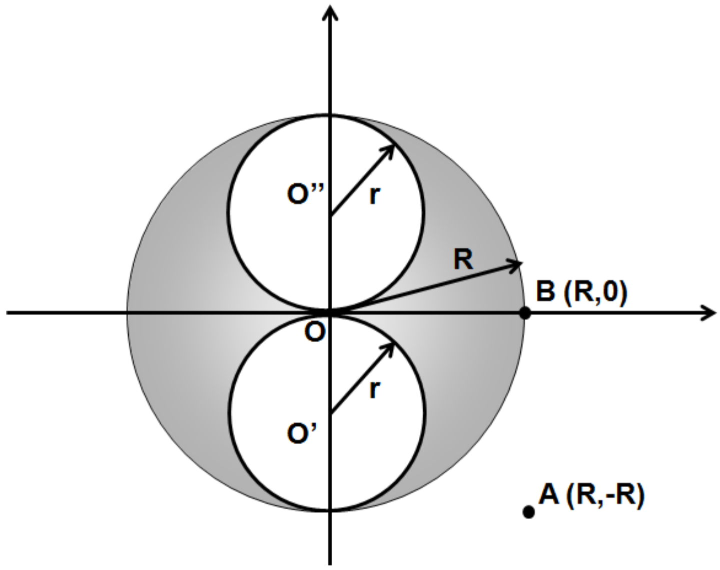

Figura 2

Si calcoli:

a) il modulo del campo magnetico in O

B_O.................

b) il modulo del campo magnetico nel punto A di coordinate (10,-10)

$B_A =$ ....

c) il modulo dell'accelerazione che subirebbe un elettrone che si trovasse a passare nel punto B=(R,0) con velocità $v_e = (\frac{c}{100}, 0, 0)$

$a_e =$ ....

Compito febbraio 2017 Ingegneria Informatica - corso Prof. Tonelli

2 febbraio 2017

SOLUZIONE ESERCIZIO 2

a) Per calcolare il campo magnetico in O usiamo il principio di sovrapposizione, dunque consideriamo di avere un cilindro senza cavità dove scorre una densità di corrente J e poi due fili in corrispondenza delle cavità con densità di corrente -J. Dato che il punto O rappresenta il centro del filo di raggio R, solo i due fili-cavità daranno contributo non nullo.

$$\vec{B}_0 = \hat{x} \cdot \mu_0(\frac{J}{2}r - \frac{J}{2}r) = 0$$

b) Per calcolare il campo magnetico nel punto A(R,-R) applichiamo come nel caso precedente il principio di sovrapposizione. In questo caso notiamo che tutti e tre i fili daranno contributo non nullo (ognuno in direzione diversa!).

$$\begin{aligned}
\vec{B}_A &= \vec{B}_o + \vec{B}_{O'} + \vec{B}_{o''} \\
\vec{B}_O &= \mu_0 \frac{J}{2} R\sqrt{2}(1, 1, 0) \\
\vec{B}_{O'} &= \mu_0 \frac{J}{2} \sqrt{R^2 + (R/2)^2} \frac{2}{\sqrt{5}} (-1/2, -1, 0) \\
\vec{B}_{O''} &= \mu_0 \frac{J}{2} \sqrt{R^2 + (R3/2)^2} \frac{2}{\sqrt{13}} (-3/2, -1, 0)
\end{aligned}$$

c) Calcoliamo come prima cosa il campo nel punto C(R,0):

$$\begin{aligned}
\vec{B}_C &= \vec{B}_o + \vec{B}_{O'} + \vec{B}_{o''} \\
\vec{B}_O &= \mu_0 \frac{J}{2} R\sqrt{2}(0, 1, 0) \\
\vec{B}_{O'} &= \mu_0 \frac{J}{2} \sqrt{R^2 + (R/2)^2} \frac{2}{\sqrt{5}} (1/2, -1, 0) \\
\vec{B}_{O''} &= \mu_0 \frac{J}{2} \sqrt{R^2 + (R/2)^2} \frac{2}{\sqrt{5}} (-1/2, -1, 0)
\end{aligned}$$

dunque il campo $\vec{B}_C$ sarà diretto lungo l'asse y. A questo punto basta eguagliare $m\vec{a}$ alla forza magnetica $q\vec{v} \times \vec{B}_C$:

$$q\vec{v} \times \vec{B}_C = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v} \times \vec{B}_C \tag{1}$$

dunque $\vec{a}$ sarà diretto lungo l'asse $-\vec{z}$.