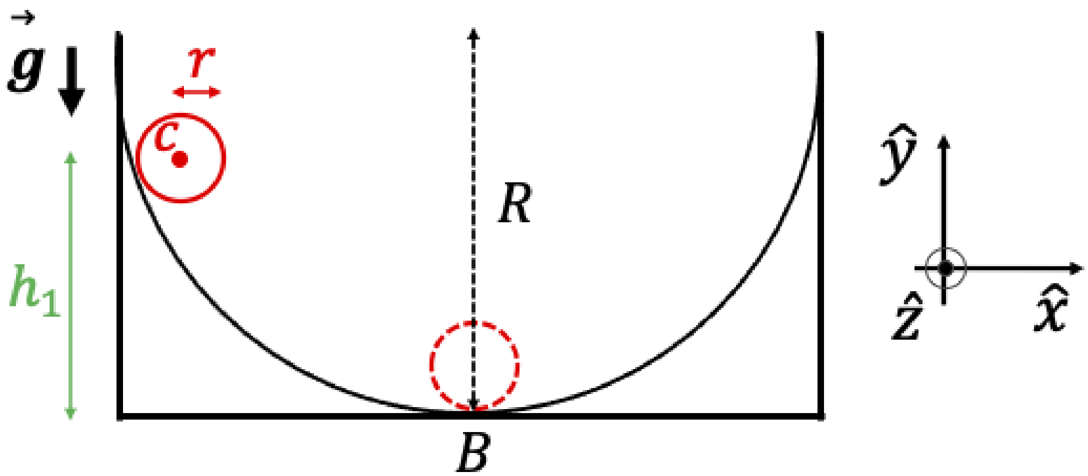
Corso di Laurea: Ingegneria Informatica
Testo n.xx - Esame di Fisica Generale sessione del 17/07/2024

Nome: **Matricola:**

Cognome: **Anno di Corso:**

ESERCIZIO.1 – Meccanica



(*Figura qualitativa e non in scala a scopo illustrativo. Il sistema di riferimento indicato suggerisce solo quale orientazione degli assi adottare*)

Un disco di centro C, raggio $r = 12\ cm$ e massa $m = 150\ g$ si trova su una guida semi-circolare di raggio $R = 60\ cm$, come mostrato in figura. Inizialmente un blocco mantiene il disco fermo nella posizione in cui C si trova ad una quota $h_1 = 48\ cm$ rispetto al punto B, sul fondo della guida. Rimosso il blocco, il disco inizia un moto di puro rotolamento verso il basso, garantito da un opportuno attrito. Arrivato in B, il disco inizia a risalire la seconda parte della guida, che è priva di attrito.
Calcolare:

1.1 la velocità $\vec{v}_B$ del punto C del disco quando il punto di contatto del disco con la guida è in B

$$\vec{v}_B = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

1.2 la reazione della guida $\vec{F}$ sul disco, quando il punto di contatto del disco con la guida è in B

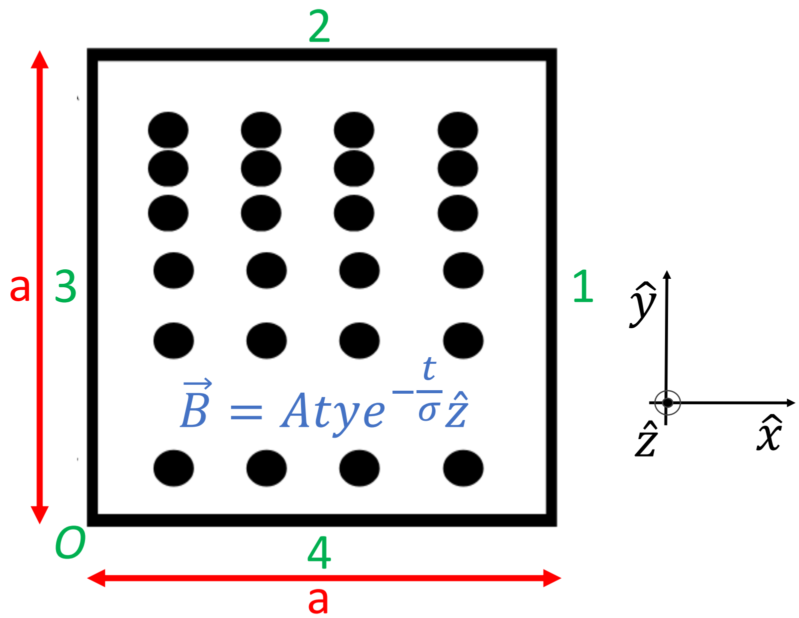
$$\vec{F} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

1.3 la quota massima h_2 a cui arriva il punto C nella risalita nel tratto privo di attrito

$$h_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Nota Bene: *assumere per i calcoli* $g = 9,81\ \mathrm{m/s^2}$

ESERCIZIO.2 – Elettromagnetismo



(*Figura qualitativa e non in scala a scopo illustrativo. Il sistema di riferimento indicato suggerisce solo quale orientazione degli assi adottare*)

Una spira metallica quadrata di lato $a = 10\ cm$ e di resistenza elettrica $R = 25\ \Omega$ per ciascun lato è sottoposta a un campo magnetico non uniforme variabile nello spazio e nel tempo con legge $B = Atye^{-\frac{t}{\sigma}}$ dove $A = 2\ T/m$ e $\sigma = 100\ ms$. Si scelga un sistema di assi cartesiani xy con origine in O (spigolo della spira) in modo che il campo magnetico risulti ortogonale al piano xy della spira, $\vec{B} = B\hat{z}$, come indicato in figura.

2.1 Determinare l' espressione della forza elettromotrice indotta in funzione del tempo t, $fem(t)$, e calcolarne il valore al tempo $t' = 200\ ms$, $fem(t')$

$fem(t)$= .... $fem(t')$ = ...

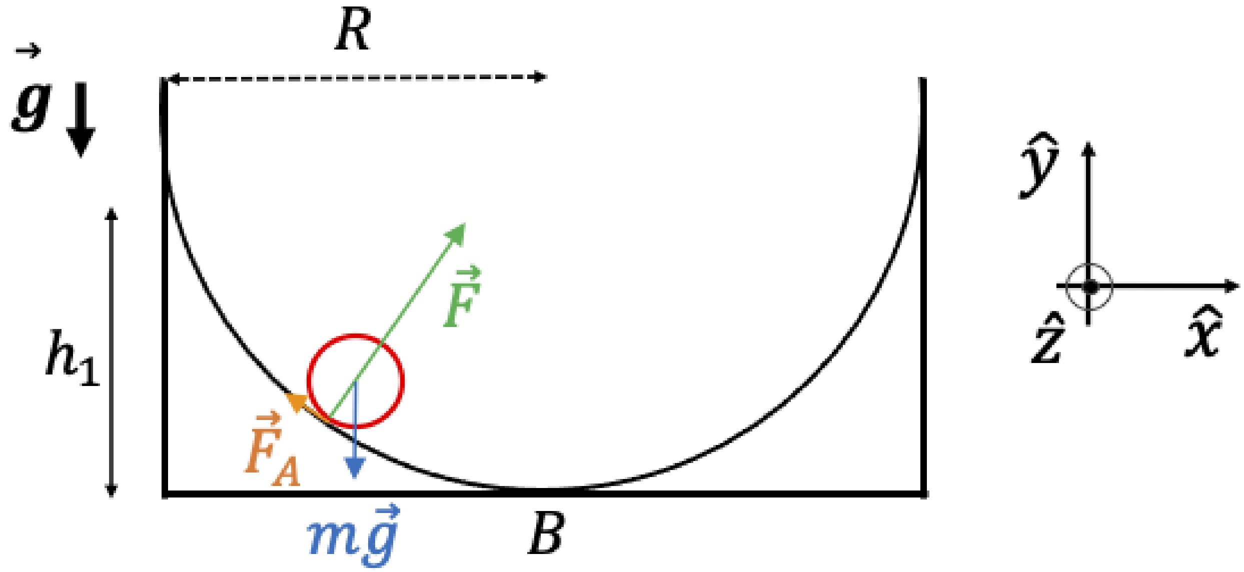
2.2 Determinare l'espressione della corrente $i(t)$ indotta nella spira in funzione del tempo t e calcolarne il valore al tempo $t' = 200\ ms$, $i(t')$, specificando il suo verso con un disegno sulla figura del testo

$i(t)$= .... $i(t')$ = ...

2.3 Numerando i lati della spira come in figura, calcolare al tempo $t' = 200\ ms$ le forze agenti sui lati 2 e 4 , $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_4$, e la somma delle forze agenti sui lati 1 e 3, $\vec{F}_1 + \vec{F}_3$

$\vec{F}_2$= .... $\vec{F}_4$ = ... $\vec{F}_1 + \vec{F}_3$ = ...

Soluzione Esercizio 1



(*Figura qualitativa e non in scala a scopo illustrativo*)

Domanda 1.1
Durante il moto di puro rotolamento in discesa, la forza di attrito statico non compie lavoro sul disco, quindi l'energia meccanica del disco si conserva. Poichè il centro C del disco coincide con il suo centro di massa (CM), dalla conservazione dell'energia meccanica segue:

$$mgh_1 = mgr + \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega_B^2$$

dove $I_{CM} = \frac{1}{2}mr^2$ è il momento d'inerzia del disco rispetto a un asse parallelo a $\hat{z}$ passante per il CM e $\omega_B = \frac{v_B}{r}$ è la sua velocità angolare dovuta al moto di puro rotolamento quando il punto di contatto del disco è in B. Sostituendo si ottiene:

$$mgh_1 = mgr + \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}\frac{mr^2}{2}\frac{v_B^2}{r^2} \quad \Rightarrow \quad gh_1 = gr + v_B^2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right) \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{\frac{4}{3}g\left(h_1 - r\right)} = 2.17\ m/s$$

Poichè il CM descrive una circonferenza percorsa in senso antiorario:

$$\overrightarrow{v}_B = 2.17\hat{x}\ m/s$$

Domanda 1.2
Con riferimento alla figura, le forze agenti sul disco nel tratto con attrito sono: la reazione normale della guida ($\overrightarrow{F}$), la forza peso ($m\overrightarrow{g}$), e la forza di attrito statico ($\overrightarrow{F}_s$). Poichè il CM compie un moto circolare verticale di raggio $R - r$, quando il punto di contatto del disco si trova in B la risultante delle forze lungo la direzione verticale ($\hat{y}$) coincide con la forza centripeta agente sul CM del disco, per cui:

$$m\frac{v_B^2}{R-r} = F - mg \quad \Rightarrow \quad F = mg + m\frac{v_B^2}{R-r} = mg + m\frac{4g}{3}\frac{h_1 - r}{R-r} = mg\left(1 + \frac{4}{3}\frac{h_1 - r}{R-r}\right) \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{F} = 2.94\hat{y}\ N$$

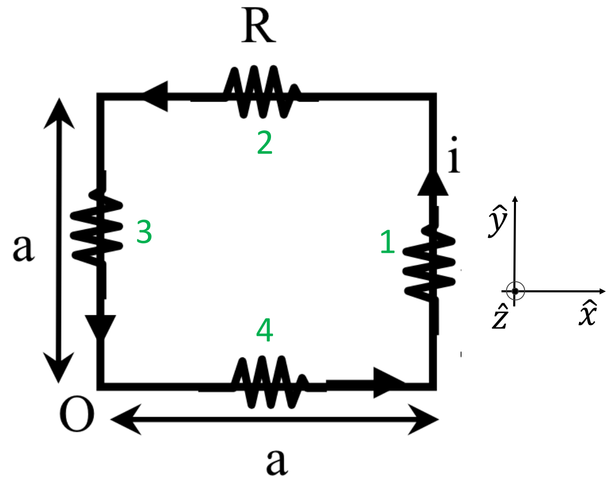
Domanda 1.3
Durante la risalita in assenza di attrito la velocità angolare del disco rimane invariata rispetto al valore che aveva nella risposta alla domanda 1.2 (ω_B) e l'energia meccanica si conserva. Applicando la conservazione dell'energia tra quando il punto di contatto del disco è in B e quando il CM raggiunge la quota massima h_2 si ottiene:

$$mgr + \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega_B^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega_B^2 \quad \Rightarrow \quad mgr + \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_2 \quad \Rightarrow \quad h_2 = r + \frac{1}{2g}v_B^2$$

Sostituendo l'espressione per v_B ricavata nella risposta 1.1, si ottiene:

$$h_2 = r + \frac{2}{3}\left(h_1 - r\right) = \frac{2}{3}h_1 + \frac{1}{3}r = 36\ cm$$

Soluzione Esercizio 2



(*Figura qualitativa e non in scala a scopo illustrativo*)

Domanda 2.1

Scegliendo in base alla regola della mano destra la normale al piano della spira orientata come $\overrightarrow{B}$, l'espressione del flusso del campo magnetico attraverso la superficie delimitata dalla spira è data da :

$$\phi(\overrightarrow{B}) = \iint \overrightarrow{B} \cdot \hat{n(t)} dS = Ate^{-\frac{t}{\sigma}} \int_0^a dx \int_0^a y dy = A\frac{a^3}{2} te^{-\frac{t}{\sigma}}$$

Applicando la legge di Faraday-Neumann-Lenz, si ottiene l'espressione della forza elettromotrice indotta nella spira:

$$fem(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{Aa^3}{2}\frac{d}{dt}\left(te^{-\frac{t}{\sigma}}\right) = -\frac{Aa^3}{2}\left(e^{-\frac{t}{\sigma}} - \frac{t}{\sigma}e^{-\frac{t}{\sigma}}\right) = \frac{Aa^3}{2}\left(\frac{t}{\sigma} - 1\right)e^{-\frac{t}{\sigma}}$$

Per $t = t'$ otteniamo $fem(t') = 135\ \mu V$

Domanda 2.2

L'intensità di corrente indotta nel circuito è

$$i(t) = \mid \frac{fem(t)}{4R} \mid = \frac{Aa^3}{8R}\left(\frac{t}{\sigma} - 1\right)e^{-\frac{t}{\sigma}} \quad \Rightarrow \quad i(t') = 1.35\ \mu A$$

Il verso della corrente è antiorario, come indicato in figura.

Domanda 2.3

La forza magnetica agente sui lati 2 e 4 della spira si determina con la legge di Laplace. Tenuto conto del verso antiorario della corrente si ottiene:

$$\overrightarrow{F}_2 = -i(t')aB(t', a)\hat{x} \wedge \hat{z} = i(t')aB(t', a)\hat{y} = 7.33 \times 10^{-10}\hat{y}\ N \qquad \overrightarrow{F}_4 = i(t')aB(t', 0)\hat{x} \wedge \hat{z} = -i(t')aB(t', 0)\hat{y} = \overrightarrow{0}\ N$$

Dove $\overrightarrow{F}_4$ è nulla essendo il campo magnetico nullo per $y = 0$.

Il contributo alla forza magnetica sui lati 1 e 3 è dato da:

$$d\overrightarrow{F}_1 = i(t')B(t', y)dy\hat{y} \wedge \hat{z} = i(t')B(t', y)dy\hat{x} \qquad d\overrightarrow{F}_3 = -i(t')B(t', y)dy\hat{y} \wedge \hat{z} = -i(t')B(t', y)dy\hat{x}$$

per cui:

$$d\overrightarrow{F}_1 + d\overrightarrow{F}_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{F}_1 + \overrightarrow{F}_3 = 0$$

A questo risultato si arriva anche osservando che per tratti di di spira alla stessa quota dei lati 1 e 3 il campo magnetico è lo stesso mentre la corrente percorre i due lati in verso opposto.