

Corso di Laurea: Ingegneria Informatica
Testo n.XX - Esame di Fisica Generale sessione del 19/07/2023

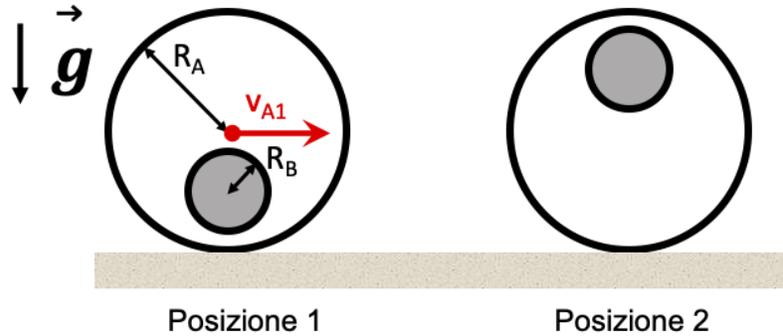
Nome:

Matricola:

Cognome:

Anno di Corso:

ESERCIZIO.1 – Meccanica



(Figura qualitativa e non in scala a scopo illustrativo)

Sulla superficie di un disco A di raggio $R_A = 0.30 \text{ m}$ e massa $M_A = 30 \text{ kg}$ è saldato un disco B di raggio $R_B = 0.12 \text{ m}$ e massa $M_B = 12 \text{ kg}$. Il centro del disco B dista $d = 0.15 \text{ m}$ dall'asse passante per il centro del disco A ad esso ortogonale. Il disco A poggia su un piano orizzontale e sia il coefficiente di attrito statico tra piano e disco tale da garantire un moto di puro rotolamento. Gli spessori di entrambi i dischi sono trascurabili. Con riferimento alla figura, nella posizione 1 il centro del disco A ha una velocità $v_{A1} = 1.5 \text{ m/s}$. Dopo mezzo giro il sistema si trova nella posizione 2.

Quando il sistema è nella posizione 1, calcolare:

1.1 la velocità angolare del sistema, ω_1

$$\omega_1 = \dots\dots\dots$$

1.2 L'energia cinetica, E_{k1} , del sistema

$$E_{k1} = \dots\dots\dots$$

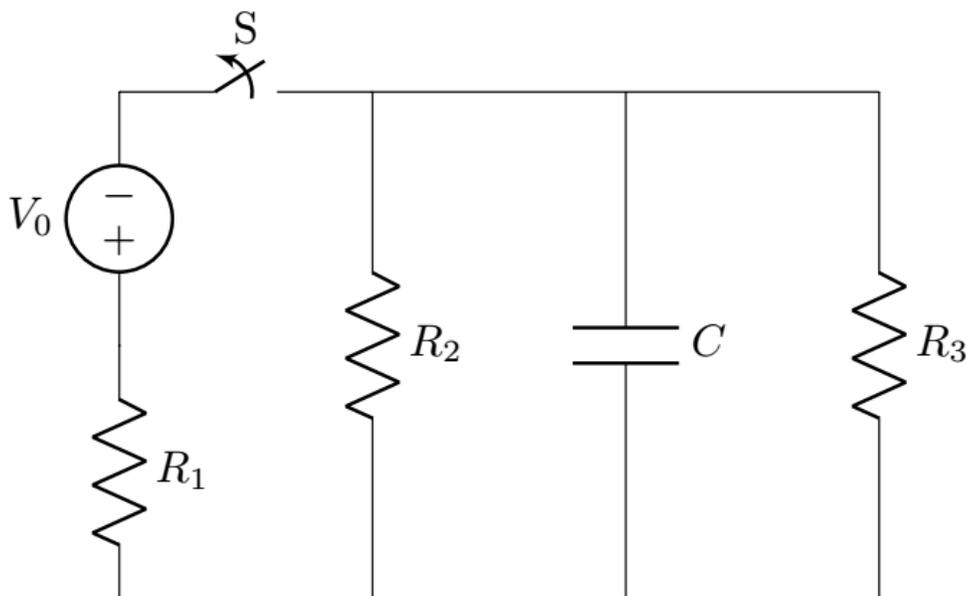
Quando il disco è nella posizione 2, calcolare:

1.3 l'energia cinetica, E_{k2} , del sistema e la velocità del centro del disco B , v_{B2}

$$E_{k2} = \dots\dots\dots \quad v_{B2} = \dots\dots\dots$$

Nota Bene: assumere per i calcoli $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

ESERCIZIO.2 – Elettromagnetismo



(Figura qualitativa a solo scopo illustrativo)

Con riferimento alla figura, si consideri un circuito costituito da un generatore che eroga una *d.d.p.* $V_0 = 12 \text{ V}$, un condensatore di capacità $C = 10 \text{ pF}$, una resistenza $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ e due resistenze $R_2 = R_3 = R = 8 \text{ k}\Omega$. All'inizio il condensatore è scarico e l'interruttore S è aperto. Successivamente l'interruttore S viene chiuso.

2.1 Nell'ipotesi in cui l'interruttore sia stato chiuso per un tempo sufficientemente lungo (ovvero le correnti hanno raggiunto un regime stazionario), si calcoli la carica Q_0 accumulata sull' armatura positiva del condensatore e la corrente I_C che lo attraversa.

$$Q_0 = \dots\dots\dots \quad I_C = \dots\dots\dots$$

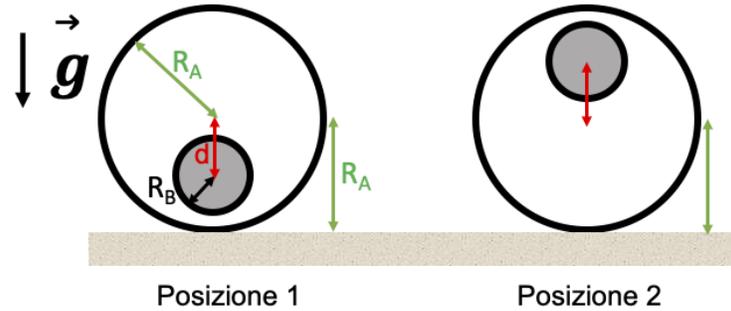
2.2 Nella stessa ipotesi del punto precedente, determinare le correnti I_1 , I_2 e I_3 attraversano rispettivamente le resistenze R_1 , R_2 e R_3 .

$$I_1 = \dots\dots\dots \quad I_2 = \dots\dots\dots \quad I_3 = \dots\dots\dots$$

2.3 Dopo che il condensatore è stato caricato, l'interruttore S viene aperto. Calcolare il tempo necessario t^* dall'apertura dell'interruttore affinché la carica sulle armature del condensatore raggiunga un valore pari a $Q_0/2$

$$t^* = \dots\dots\dots$$

Soluzione Esercizio 1



(Figura qualitativa e non in scala a scopo illustrativo)

Domanda 1.1

Poichè il moto è di puro rotolamento e il centro del disco A dista R_A dall'asse istantaneo di rotazione, ortogonale al piano della figura e passante per il punto di contatto del sistema, la velocità angolare nella posizione 1 è:

$$\omega_1 = \frac{v_{A1}}{R_A} = 5 \text{ rad/s}$$

Domanda 1.2

Il momento di inerzia rispetto all'asse passante per il punto di contatto, che coincide con l'asse di rotazione istantaneo del sistema, in base al teorema di Huygens-Steiner è dato da:

$$I_1 = \frac{1}{2}M_A R_A^2 + M_A R_A^2 + \frac{1}{2}M_B R_B^2 + M_B (R_A - d)^2 = 4.406 \text{ kgm}^2$$

Pertanto l'energia cinetica del sistema nella posizione 1 è data da:

$$E_{k1} = \frac{1}{2}I_1 \omega_1^2 = 55.1 \text{ J}$$

Domanda 1.3

Poichè non sono presenti forze non conservative che compiono lavoro (l'attrito è statico e la reazione è applicata al punto di contatto che è fermo), l'energia meccanica si conserva. La variazione di energia potenziale gravitazionale del sistema, poichè la posizione del CM del disco A non cambia, è dovuta unicamente alla variazione di quota del CM del disco B e risulta (ad esempio prendendo come origine del potenziale il punto di contatto):

$$E_{p2} - E_{p1} = M_B g (R_A + d) - M_B g (R_A - d) = M_B g 2d$$

dove abbiamo indicato con E_{p2} e E_{p1} l'energia potenziale rispettivamente finale e iniziale del sistema. Pertanto applicando la conservazione dell'energia otteniamo:

$$E_{k2} - E_{k1} = E_{p1} - E_{p2} \Rightarrow E_{k2} = E_{k1} - M_B g 2d = 19.8 \text{ J}$$

Nella posizione 2 cambia anche il momento di inerzia rispetto all'asse istantaneo di rotazione poichè varia la distanza dall'asse di rotazione istantaneo di B

$$I_2 = \frac{1}{2}M_A R_A^2 + M_A R_A^2 + \frac{1}{2}M_B R_B^2 + M_B (R_A + d)^2 = 6.566 \text{ kgm}^2$$

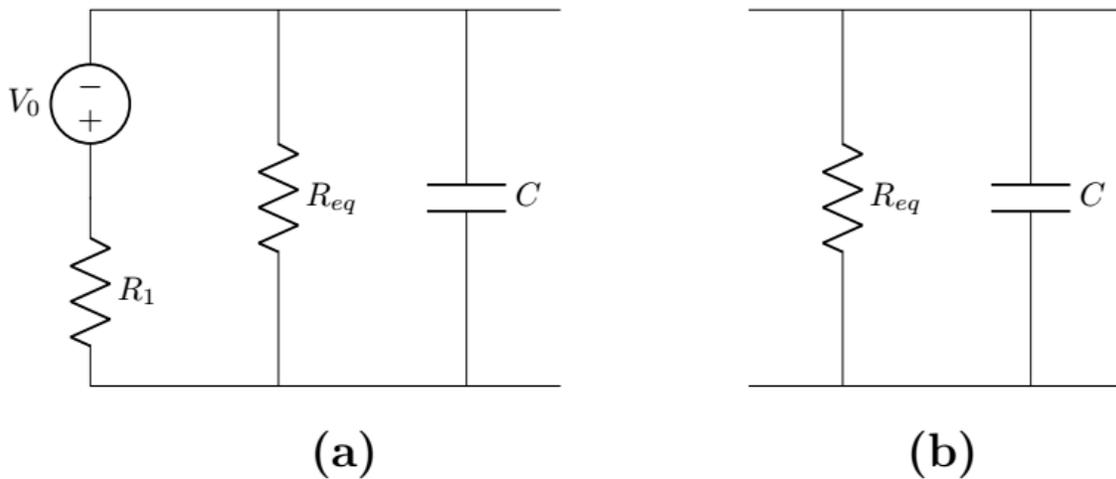
Inoltre

$$E_{k2} = \frac{1}{2}I_2 \omega_2^2 \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{2E_{k2}}{I_2}} = 2.46 \text{ rad/s}$$

Per cui, poichè il moto è di puro rotolamento e nella posizione 2 il centro di B è a una distanza pari a $R_A + d$ dal punto di contatto:

$$v_{B2} = \omega_2 (R_A + d) = 1.10 \text{ m/s}$$

Soluzione Esercizio 2



(Figure qualitative e non in scala a scopo illustrativo)

Domanda 2.1

Trascorso un tempo sufficientemente lungo, il condensatore è carico e il ramo in cui è inserita la capacità C si comporta come un tratto di circuito aperto ($I_C = 0$), con le resistenze R_2 e R_3 in parallelo. La resistenza equivalente del parallelo di R_2 e R_3 è data da:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{2}{R} \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = \frac{R}{2} = 4 \text{ k}\Omega$$

La differenza di potenziale ai capi di C è identica a quella ai capi di R_{eq} . Dalla II^a legge di Kirchhoff per il circuito a una maglia in figura a)

$$V_0 - I_1 R_1 - I_1 R_{eq} = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{V_0}{R_1 + \frac{R}{2}}$$

La differenza di potenziale ai capi di C è la stessa di quella ai capi di R_{eq} , per cui:

$$\frac{Q_0}{C} = I_1 R_{eq} \quad \Rightarrow \quad Q_0 = C I_1 R_{eq} = C \frac{V_0}{R_1 + \frac{R}{2}} \frac{R}{2} = 80 \text{ pC}$$

Domanda 2.2

Poichè le resistenze R_2 e R_3 sono in parallelo ed hanno lo stesso valore pari a R in ognuna di esse circola una corrente pari a $I_1/2$, per cui:

$$I_1 = \frac{V_0}{R_1 + \frac{R}{2}} = 2 \times 10^{-3} \text{ A} \quad \Rightarrow \quad I_2 = I_3 = I_1/2 = 1 \times 10^{-3} \text{ A}$$

Domanda 2.3

Dopo la carica del condensatore e l'apertura dell'interruttore S il circuito equivalente è mostrato in figura b) e il condensatore si scarica sulla resistenza equivalente R_{eq} . Nel processo di scarica la carica sull'armatura positiva del condensatore, $Q(t)$ avrà la seguente espressione:

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/R_{eq}C} \quad \text{che per } t = t^* \text{ diviene } Q(t^*) = \frac{Q_0}{2} = Q_0 e^{-t^*/R_{eq}C} \quad \Rightarrow \quad t^* = R_{eq} C \ln 2 = \frac{R}{2} C \ln 2 = 28 \text{ ns}$$