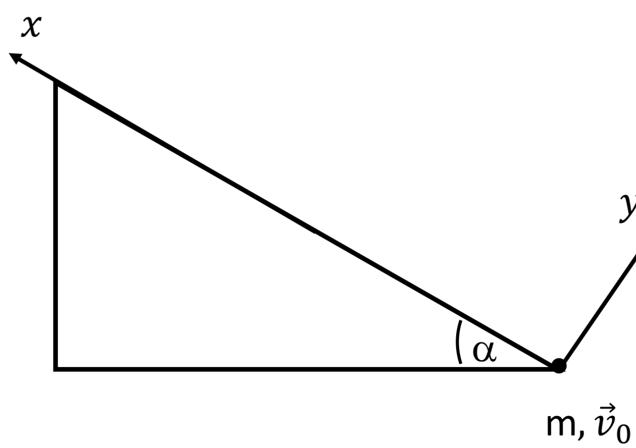
Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Testo n.xx - Esame di Fisica Generale sessione del 19/2/2021

Nome:	**Matricola:**
Cognome:	**Anno di Corso:**

ESERCIZIO.1 – Meccanica



(*Figura qualitativa a solo scopo illustrativo*)

Con riferimento alla figura, a un punto materiale che si trova nell'origine del sistema di assi cartesiani indicato, viene fornita all'istante $t = 0$ una velocità $\vec{v}_0 = (10, 0)\ ms^{-1}$. Il moto del punto materiale negli istanti successivi avviene lungo un piano inclinato, con un angolo di base $\alpha = 30^0$, e scabro. Indichiamo con μ_s e μ_d rispettivamente il coefficiente di attrito statico e dinamico tra il piano ed il punto materiale, con μ_d=0.3.

1.a Scrivere la legge oraria per lo spazio percorso lungo il piano nel moto di salita

$$x(t) = ...$$

1.b Esprimere la velocità in funzione del tempo, $v(t)$, nel moto di salita lungo il piano

$$v(t) = ...$$

2.a Calcolare il tempo necessario , t^* perchè il punto materiale si fermi e la corrispondente quota massima rispetto al suolo, h_{max}, raggiunta dal punto nella salita

t^*= .... h_{max}= ....

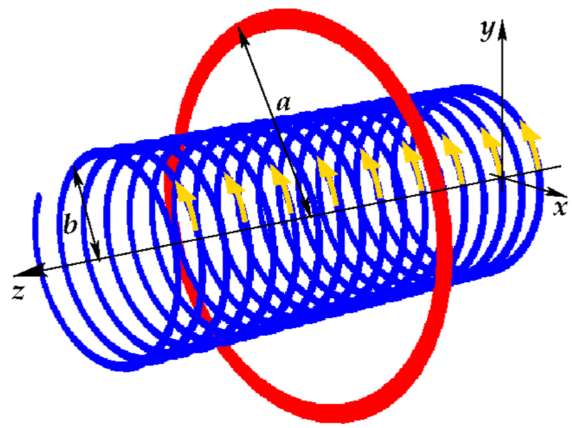
2.b Calcolare il tempo necessario, t', affinchè il punto materiale nel moto di salita raggiunga una velocità pari a $v(t') = v_0/2$ e la corrispondente quota, h', rispetto al suolo

t'= .... h'= ....

3.a Determinare il valore minimo del coefficiente di attrito statico, μ_s^{min}, per cui, una volta raggiunta la posizione di massima quota rispetto al suolo, il punto rimane in equilibrio.

$$\mu_s^{min} = ...$$

ESERCIZIO.2 – Elettromagnetismo



(*Figura qualitativa a solo scopo illustrativo*)

Una spira circolare conduttrice giace in un piano ortogonale all'asse di un solenoide ed è ad esso coassiale. La spira ha raggio $a = 10\ mm$ e resistenza $R = 4\ m\Omega$, mentre il solenoide ha raggio $b = a/2$ e $n = 10^3$ spire/mm, spire per unità di lunghezza. Nell'ipotesi in cui la corrente nel solenoide è $i_0 = 0.5\ A$ e nel verso indicato in figura:

1.a Determinare l'espressione del campo di induzione magnetica $\overrightarrow{B}$ in tutto lo spazio, e calcolare il campo in un punto che giace in un piano parallelo alla spira e distante $a/4$ dall'asse del solenoide

$\overrightarrow{B}$= .... $\overrightarrow{B}_{a/4}$= ....

1.b Determinare l'espressione del campo di induzione magnetica $\overrightarrow{B}$ in tutto lo spazio, e calcolare il campo in un punto che giace in un piano parallelo alla spira e distante a dall'asse del solenoide

$\overrightarrow{B}$= .... $\overrightarrow{B}_{a}$= ....

Nell'ipotesi in cui la corrente che scorre nel solenoide sia variabile nel tempo e data da $i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, con $\tau = 1\ ms$:

2.a Si determini l'espressione della corrente I che circola nella spira e il suo verso (giustificando la risposta e con un disegno)

I = ...

3.a Calcolare l'energia complessivamente dissipata nella spira, E_{diss}

E_{diss} = ...

3.b Calcolare il valore massimo della potenza dissipata nella spira P_{max}

P_{max} = ...

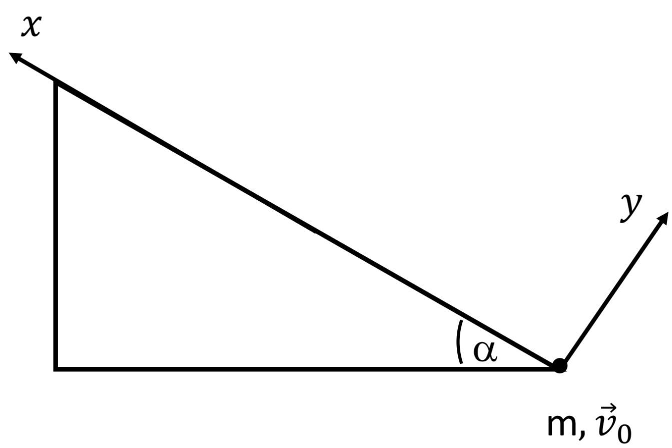
Costanti Utili: $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ H/m

Corso di Laurea: Ingegneria Informatica
Testo n.xx - Esame di Fisica Generale sessione del 19/2/2021

Nome: **Matricola:**

Cognome: **Anno di Corso:**

ESERCIZIO.1 – Meccanica



(*Figura qualitativa a solo scopo illustrativo*)

Con riferimento alla figura, a un punto materiale che si trova nell'origine del sistema di assi cartesiani indicato, viene fornita all'istante $t = 0$ una velocità $\vec{v}_0 = (10, 0)\ ms^{-1}$. Il moto del punto materiale negli istanti successivi avviene lungo un piano inclinato, con un angolo di base $\alpha = 30^0$, e scabro. Indichiamo con μ_s e μ_d rispettivamente il coefficiente di attrito statico e dinamico tra il piano ed il punto materiale, con μ_d=0.3.

1.a Scrivere la legge oraria per lo spazio percorso lungo il piano nel moto di salita

$$x(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g \left(sin\alpha + \mu_d cos\alpha\right) t^2$$

1.b Esprimere la velocità in funzione del tempo, $v(t)$, nel moto di salita lungo il piano

$$v(t) = v_0 - g \left(sin\alpha + \mu_d cos\alpha\right) t$$

2.a Calcolare il tempo necessario , t^* perchè il punto materiale si fermi e la corrispondente quota massima rispetto al suolo, h_{max}, raggiunta dal punto nella salita

t^*= 1.34 s h_{max}= 3.36 m

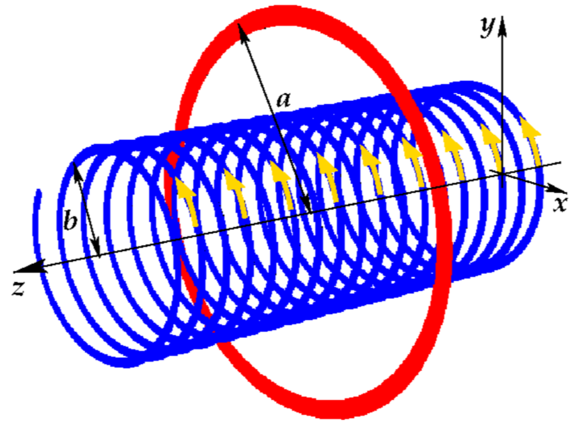
2.b Calcolare il tempo necessario, t', affinchè il punto materiale nel moto di salita raggiunga una velocità pari a $v(t') = v_0/2$ e la corrispondente quota, h', rispetto al suolo

$$t' = \quad 0.67 \text{ s} \qquad\qquad h' = \quad 2.52 \text{ m}$$

3.a Determinare il valore minimo del coefficiente di attrito statico, μ_s^{min}, per cui, una volta raggiunta la posizione di massima quota rispetto al suolo, il punto rimane in equilibrio.

$$\mu_s^{min} = \quad 0.577$$

ESERCIZIO.2 – Elettromagnetismo



(*Figura qualitativa a solo scopo illustrativo*)

Una spira circolare conduttrice giace in un piano ortogonale all'asse di un solenoide ed è ad esso coassiale. La spira ha raggio $a = 10\ mm$ e resistenza $R = 4\ m\Omega$, mentre il solenoide ha raggio $b = a/2$ e $n = 10^3$ spire/mm, spire per unità di lunghezza. Nell'ipotesi in cui la corrente nel solenoide è $i_0 = 0.5\ A$ e nel verso indicato in figura:

1.a Determinare l'espressione del campo di induzione magnetica $\overrightarrow{B}$ in tutto lo spazio, e calcolare il campo in un punto che giace in un piano parallelo alla spira e distante $a/4$ dall'asse del solenoide

$$\overrightarrow{B} = \ B(r)\hat{z} \qquad B(r) = \begin{cases} \mu_0 n i_0 & 0 \leqslant r < b \\ 0 & r > b \end{cases}$$

$$\mu_0 n i_0 = \ 0.628\ T \qquad \overrightarrow{B}_{a/4} = \ 0.628\ \hat{z}\ T$$

1.b Determinare l'espressione del campo di induzione magnetica $\overrightarrow{B}$ in tutto lo spazio, e calcolare il campo in un punto che giace in un piano parallelo alla spira e distante a dall'asse del solenoide

$$\overrightarrow{B} = \ B(r)\hat{z} \qquad B(r) = \begin{cases} \mu_0 n i_0 & 0 \leqslant r < b \\ 0 & r > b \end{cases}$$

$$\mu_0 n i_0 = \ 0.628\ T \qquad \overrightarrow{B}_{a} = \ 0.0\ \hat{z}\ T$$

Nell'ipotesi in cui la corrente che scorre nel solenoide sia variabile nel tempo e data da $i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, con $\tau = 1\ ms$:

2.a Si determini l'espressione della corrente I che circola nella spira e il suo verso (giustificando la risposta e con un disegno)

$$I = I(t) = \frac{\mu_0 n i_0 \pi b^2}{R\tau} e^{-t/\tau}$$

3.a Calcolare l'energia complessivamente dissipata nella spira, E_{diss}

$$E_{diss} = \ 3.04{\times}10^{-4}\ J$$

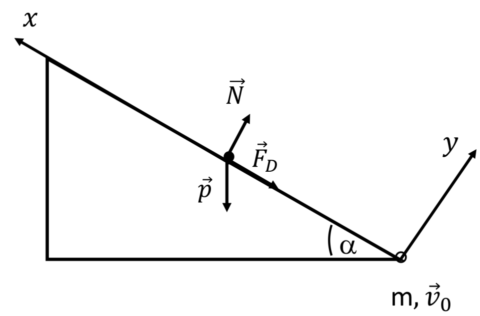
3.b Calcolare il valore massimo della potenza dissipata nella spira P_{max}

$$P_{max} = \ 6.09{\times}10^{-1}\ W$$

Costanti Utili: $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ H/m

Soluzione Esercizio 1

Domanda.1



(*Figura qualitativa a solo scopo illustrativo*)

Con riferimento alla Figura, indichiamo con $\overrightarrow{N}$ la reazione vincolare del piano, con $\overrightarrow{p}$ la forza peso agente sulla massa m, e con $\overrightarrow{F}_D$ la forza di attrito dinamico esercitata dal piano durante il moto di salita. La forza risultante agente sul punto materiale nel moto di salita è data da:

$$\overrightarrow{p} + \overrightarrow{N} + \overrightarrow{F}_D = m\overrightarrow{a}$$

Le componenti della risultante delle forze agenti sul punto (forza peso, reazione normale del piano e forza di attrito) lungo le direzioni parallela e ortogonale al piano, orientate rispettivamente nel verso della velocità iniziale e in quello della normale uscente dal piano, sono date da:

$$\begin{cases} F_x = -mgsin\alpha - F_D = ma_x \\ F_y = N - mgcos\alpha = 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad a_x = -g\left(sin\alpha + \mu_d cos\alpha\right)$$

Il moto lungo il piano è uniformemente accelerato, poichè l'accelerazione, a_x è costante. Prendendo come origine il punto alla base del piano da cui il punto inizia il suo moto, per lo spazio percorso lungo il piano, tenuto conto che la velocità iniziale lungo x è $v_{0x} = v_0$, si ottiene:

$$x(t) = v_0 t - \frac{1}{2}g\left(sin\alpha + \mu_d cos\alpha\right)t^2$$

l'espressione della velocità in funzione del tempo è data da:

$$v(t) = v_0 - g\left(sin\alpha + \mu_d cos\alpha\right)t$$

Domanda.2

Il tempo necessario t^* affinchè nel moto di salita il punto materiale si fermi, si determina sapendo che nel punto di arresto la velocità è nulla, per cui:

$$v_x(t^*) = 0 = v_0 - g\left(sin\alpha + \mu_d cos\alpha\right)t^* \qquad \Rightarrow \qquad t^* = \frac{v_0}{g\left(sin\alpha + \mu_d cos\alpha\right)} = 1.34\ s$$

Mentre la quota massima corrispondente si può determinare utilizzando il teorema dell'energia cinetica detto anche delle forze vive, che applicato al nostro caso fornisce:

$$0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = U_i - U_f - \mu_d mgcos(\alpha)x(t^*) = -mgh_{max} - \mu_d mgcos(\alpha)x(t^*) = -mgh_{max} - \mu_d mgcos(\alpha)\frac{h_{max}}{sin\alpha}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = h_{max}mg\left(1 + \frac{\mu_d}{tg\alpha}\right) \qquad \Rightarrow \qquad h_{max} = \frac{v_0^2}{2g\left(1 + \frac{\mu_d}{tg\alpha}\right)} = 3.36\ m$$

Il tempo necessario affinchè nella salita il punto materiale raggiunga la velocità $v_0/2$, si ottiene usando l'equazione della velocità in funzione del tempo:

$$v_x(t') = \frac{v_0}{2} = v_0 - g\left(sin\alpha + \mu_d cos\alpha\right)t' \qquad \Rightarrow \qquad t' = \frac{v_0}{2g\left(sin\alpha + \mu_d cos\alpha\right)} = 0.671\ s$$

La quota corrispondente a $t = t'$, si può ottenere come prima dal teorema delle forze vive:

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = U_i - U_f - \mu_d mgcos(\alpha)x(t') = -mgh' - \mu_d mgcos(\alpha)x(t') = -mgh' - \mu_d mgcos(\alpha)\frac{h'}{sin\alpha}$$

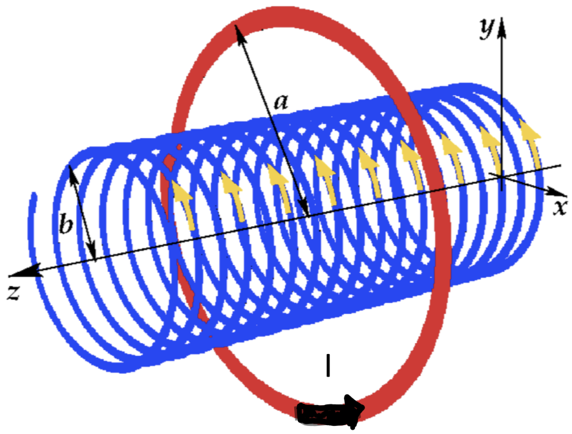
$$\frac{3}{8}mv_0^2 = h'mg\left(1+\frac{\mu_d}{tg\alpha}\right) \quad \Rightarrow \quad h' = \frac{3}{4}\frac{v_0^2}{2g\left(1+\frac{\mu_d}{tg\alpha}\right)} = 2.52\ m$$

Domanda.3

Quando il punto materiale raggiunge la massima quota esso si ferma e su di esso agisce l'attrito statico, affinchè esso resti fermo e non torni indietro, la componente della forza peso lungo il piano deve essere minore della forza di attrito massimo che il piano può esercitare. Pertanto:

$$mgsin\alpha \leq F_{as}^{max} = \mu_s N = \mu_s mgcos\alpha \quad \Rightarrow \quad \mu_s \geq tg\alpha \quad \Rightarrow \quad \mu_s^{min} = tg\alpha = 0.577$$

Soluzione Esercizio 2



(*Figura qualitativa a solo scopo illustrativo*)

Domanda.1
Il campo magnetico è presente solo all'interno del solenoide, in cui esso è uniforme e (introducendo una terna di assi cartesiani i cui versori sono indicati in figura) con direzione e verso di $\hat{z}$. Dal teorema di Ampere, il modulo del campo magnetico all'interno del solenoide è dato da $\mu_0 n i_0$. Pertanto:

$$\overrightarrow{B} = \ B(r)\hat{z} \qquad\qquad B(r) = \begin{cases} \mu_0 n i_0 & 0 \leqslant r < b \\ 0 & r > b \end{cases}$$

Dalle precedenti relazioni si ricava:

$$\overrightarrow{B}_{a/4} = 0.628\hat{z}\ T \qquad \overrightarrow{B}_a = 0$$

Domanda.2
Quando la corrente del solenoide dipende dal tempo, il campo magnetico all'interno del solenoide anch'esso funzione del tempo:

$$\overrightarrow{B} = \ B(r)\hat{z} \qquad\qquad B(r) = \begin{cases} \mu_0 n i_0 e^{-t/\tau} & 0 \leqslant r < b \\ 0 & r > b \end{cases}$$

Di conseguenza anche il flusso del campo magnetico $\phi(\overrightarrow{B})$ attraverso la superficie S della spira varia nel tempo e la sua espressione è data da:

$$\phi(\overrightarrow{B}) = \mu_0 n i_0 e^{-t/\tau}\pi b^2$$

Nella spira si genera per la legge di Lentz una f.e.m. indotta dipendente dal tempo:

$$f.e.m.(t) = \frac{\mu_0 n i_0 \pi b^2}{\tau} e^{-t/\tau}$$

La corrente indotta nella spira è funzione del tempo ed è data da:

$$I = I(t) = \frac{\mu_0 n i_0 \pi b^2}{R\tau} e^{-t/\tau}$$

e circola nel verso indicato in figura.

Domanda.3
La potenza dissipata nella spira è anch'essa funzione del tempo:

$$P(t) = I^2(t)R = \left(\frac{\mu_0 n i_0 \pi b^2}{R\tau}\right)^2 e^{-2t/\tau} R$$

La potenza dissipata è massima per $t = 0$

$$P(0) = P_{max} = \frac{1}{R}\left(\frac{\mu_0 n i_0 \pi b^2}{\tau}\right)^2 = 0.609\ W$$

Poichè la corrente si annulla per t tendente a ∞, l'energia complessivamente dissipata nella spira è data da:

$$E_{diss} = \int_0^\infty P(t)dt = \frac{1}{R}\left(\frac{\mu_0 n i_0 \pi b^2}{\tau}\right)^2 \int_0^\infty e^{-2t/\tau}dt = \frac{1}{R}\left(\frac{\mu_0 n i_0 \pi b^2}{\tau}\right)^2 \left(-\frac{\tau}{2}e^{-2t/\tau}|_0^\infty\right) = \frac{1}{R}\left(\frac{\mu_0 n i_0 \pi b^2}{\tau}\right)^2 \frac{\tau}{2} = 3.04 \times 10^{-4}\ J$$