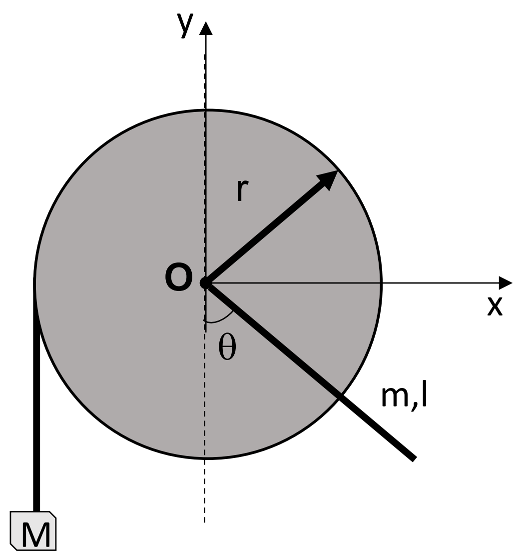
Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 21/2/2020
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1



Un sistema rigido (vedi figura) è costituito da un'asta omogenea, di massa m e lunghezza l, della quale un estremo è saldato all'asse di un disco di raggio r, di massa trascurabile rispetto a quella dell'asta. L'asta giace sul piano del disco. Il sistema può ruotare senza attrito attorno all'asse del disco passante per O, disposto orizzontalmente, ed è tenuto in equilibrio da un corpo di massa M agganciato ad un estremo di un filo ideale, mentre l'altro estremo del filo è fissato al bordo del disco. Il peso agganciato al disco è assimilabile a un punto materiale.

1.1 Determinate il modulo della tensione del filo T e la reazione vincolare in forma vettoriale $\overrightarrow{R}_O$

$$T = \text{...............} \qquad \overrightarrow{R}_O = \text{...............}$$

1.2 Determinate l'angolo di equilibrio θ

$$\theta = \text{...............}$$

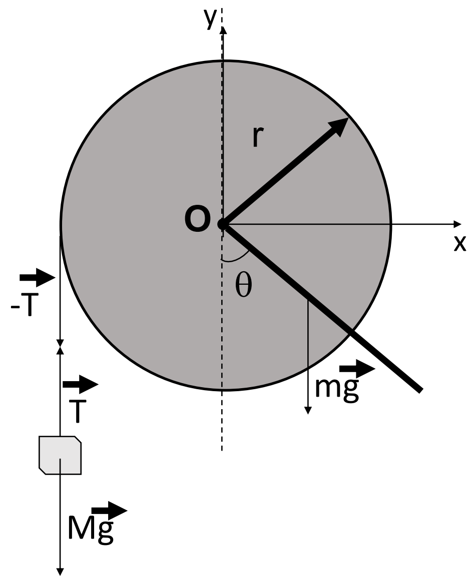
Successivamente, nella posizione di equilibrio individuata dall'angolo θ che l'asta forma con la verticale, viene agganciato al filo oltre al corpo di massa M un altro corpo di massa $2M$. Assumendo che il filo si arrotola o srotola senza slittare.

1.3 Determinare la velocità angolare del sistema quando la sbarra si dispone verticalmente, ω

$$\omega = \text{...............}$$

Dati: $m = 1\ kg$, $l = 32\ cm$, $r = 10\ cm$, $M = 800\ g$

Soluzione Esercizio 1



1.1 Applicando la condizione di equilibrio delle forze al corpo di massa M (vedi Figura) otteniamo:

$$\vec{T} + M\vec{g} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T = Mg = 7.84\ N$$

Applicando la condizione di equilibrio delle forze al sitema disco-asta-filo, e considerando il sistema di assi cartesiani indicato in figura:

$$\vec{R}_O - \vec{T} + m\vec{g} = \vec{R}_O + M\vec{g} + m\vec{g} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{R}_O = (0, (m+M)g, 0) = (0, 17.6, 0)\ N$$

1.2 Imponendo l'equilibrio dei momenti delle forze esterne rispetto all'asse di rotazione, polo in O, la seconda equazione cardinale fornisce:

$$\vec{r} \wedge -\vec{T} + \frac{\vec{l}}{2} \wedge m\vec{g} = 0$$

poichè $T = Mg$ otteniamo:

$$rMg - \frac{l}{2}mgsin(\theta) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad sin(\theta) = \frac{2rM}{ml} \qquad \Rightarrow \qquad \theta = \frac{\pi}{6}$$

1.3 Quando al filo oltre alla massa M viene agganciata un'ulteriore massa, $2M$, i pesi agganciati al filo inizieranno a scendere, il filo si srotola e il sistema asta-disco ruota in senso antiorario rispetto al piano del disco. Poichè non ci sono forze dissipative, l'energia si conserva, per cui:

$$E_i = T_i + U_i = T_f + U_f \quad \Rightarrow \quad T_f - T_i = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}(3M)v^2 - 0 = U_i - U_f = 3Mgr(\pi - \theta) - mg\frac{l}{2}(cos(\theta) + 1)$$

Dove abbiamo indicato con E,T e U rispettivamente l'energia, l'energia cinetica e l'energia potenziale, e il subindice i o f) indica lo stato iniziale (asta ad angolo θ) o lo stato finale (asta ad angolo π). Poichè la velocità con cui scende il peso è tale che $v = \omega r$:

$$\frac{1}{2}\frac{ml^2}{3}\omega^2 + \frac{1}{2}(3M)\omega^2 r^2 = g(3Mr(\pi - \theta) - m\frac{l}{2}(cos(\theta) + 1))$$

Per cui:

$$\omega = \sqrt{\frac{g(18Mr(\pi - \theta) - 3ml(cos(\theta) + 1))}{ml^2 + 9Mr^2}} = 10.5\ s^{-1}$$

Esercizio 2

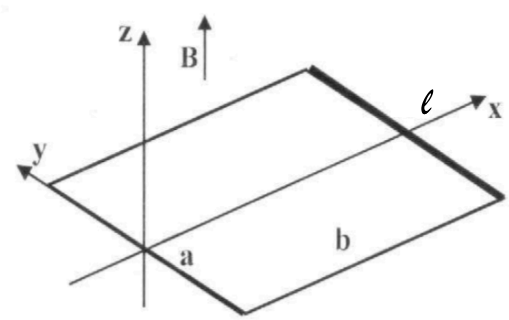


Fig.A

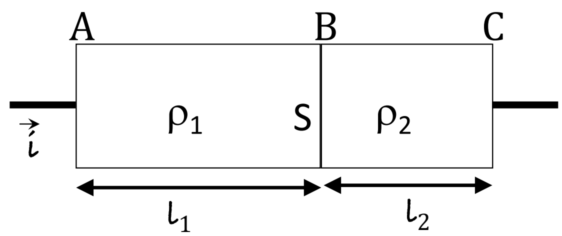


Fig.B

Con riferimento alla Fig. A, sia posto nel piano xy un circuito elettrico rettangolare di lati a e b con uno dei lati, l, libero di muoversi in direzione x. Il circuito è immerso nel campo vettoriale $\overrightarrow{B} = B\hat{z}$ con B uniforme e variabile nel tempo secondo la legge $B = \alpha t$. La resistenza per unità di lunghezza del circuito è ρ. Se il lato mobile del circuito è mantenuto fermo nella posizione in figura:

2.1 determinare l'espressione della forza $\overrightarrow{F}$ che è necessario applicare al lato mobile per tenerlo fermo, e calcolarne il modulo al tempo $t* = 0.5\ s$, $F(t*)$

$$\overrightarrow{F} = \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad F(t*) = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Con riferimento alla Fig. B due conduttori metallici di resistività ρ_1 e ρ_2, lunghezze rispettive l_1 e l_2 ed uguale sezione S, sono disposti come in Fig. B. Se ai capi dei conduttori è presente una differenza di potenziale rispettivamente di $V_1 = V_A - V_B$ e $V_2 = V_B - V_C$

2.2 Determinare la corrente che scorre nei conduttori i

$$i = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

2.3 Determinare la densità della carica elettrica superficiale presente sulla superficie S di separazione dei due conduttori, σ

$$\sigma = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Dati:
Es. Fig.A) $a = 2\ cm$, $b = 3\ cm$, $\alpha = 20\ \frac{mT}{s}$, $\rho = 0.1\ \frac{\Omega}{m}$.
Es. Fig.B) $V_1 = 2\ V$, $V_2 = 3\ V$, $\rho_1 = 2 \times 10^{-7}\ \Omega m$, $\rho_2 = 1 \times 10^{-7}\ \Omega m$, $L_1 = 2\ cm$, $L_2 = 6\ cm$, $S = 100\ \mu m^2$.

Soluzione Esercizio 2

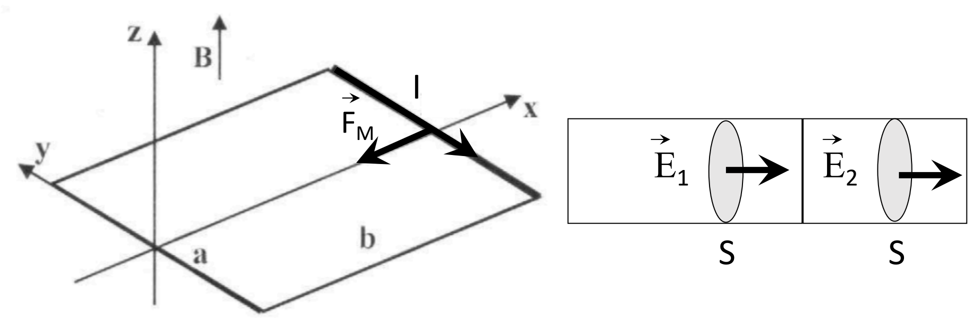


Fig.A Fig.B

2.1 Il flusso di $\overrightarrow{B}$ attraverso la superficie del circuito è costante in area ma variabile nel tempo: $\phi(\overrightarrow{B}) = Bab = \alpha abt$. Per la legge di Faraday Neuman Lenz, la corrente I (tenuto conto che la resistenza del circuito R è pari a $2(a+b)\rho$), indicando con f_{ind} e R rispettivamente la forza elettromotrice indotta e la resistenza del circuito, ha la seguente espressione:

$$I = |\frac{f_{ind}}{R}| = |-\frac{d\phi}{dt}|\frac{1}{R} = |-\alpha ab|\frac{1}{R} = \frac{\alpha ab}{R}$$

e circola in verso orario nel circuito. Il lato mobile l è pertanto sottoposto alla forza magnetica, $\overrightarrow{F}_M$:

$$\overrightarrow{F}_M = I\overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{B} = \frac{\alpha ab}{R} a\alpha t(-\hat{x})$$

La forza $\overrightarrow{F}$ che deve essere applicata per mantenere la sbarra in moto con velocità costante sarà tale che:

$$\overrightarrow{F}_M + \overrightarrow{F} = 0$$

per cui:

$$\overrightarrow{F} = \frac{\alpha^2 a^2 b}{2\rho(a+b)} t\hat{x}$$

Per $t = t*$

$$F(t*) = \frac{\alpha^2 a^2 b}{2\rho(a+b)} t* = 24 \times 10^{-8}\ N$$

2.2 I due conduttori sono in serie pertanto la corrente che in essi circola è la stessa, per cui $iR_1 = V_1$ $iR_2 = V_2$ e sommando queste due equazioni otteniamo $i(R_1 + R_2) = V_1 + V_2$, dalla quale:

$$R_1 = \rho_1 \frac{l_1}{S} = 40\ \Omega \quad R_2 = \rho_2 \frac{l_2}{S} = 60\ \Omega \qquad \Rightarrow \qquad i = \frac{V_1 + V_2}{R_1 + R_2} = 0.05\ A$$

2.3 Nei due conduttori i moduli dei campi elettrici sono dati da $E_1 = \rho_1 J$ e $E_2 = \rho_2 J$, con $J = \frac{i}{S}$, inoltre valgono anche le relazioni: $E_1 = \frac{V_1}{l_1}$ e $E_2 = \frac{V_2}{l_2}$. Applicando il teorema di Gauss al cilindro indicato in figura B e tenuto conto di direzione e verso dei campi elettrici, otteniamo:

$$\phi(\overrightarrow{E}) = S(E_2 - E_1) = SJ(\rho_2 - \rho_1) = i(\rho_2 - \rho_1) = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} = \qquad \Rightarrow \qquad \sigma = \epsilon_0 \frac{i}{S}(\rho_2 - \rho_1) = -4.5 \times 10^{-10}\ \frac{C}{m^2}$$

il versore di un vettore $\overrightarrow{A}$ è definito da:

$$\hat{A} = \frac{\overrightarrow{A}}{|\overrightarrow{A}|}$$

infatti:

$$\hat{A} \bullet \hat{A} = 1 = \frac{\overrightarrow{A}}{|\overrightarrow{A}|} \bullet \frac{\overrightarrow{A}}{|\overrightarrow{A}|} = \frac{|\overrightarrow{A}||\overrightarrow{A}|}{|\overrightarrow{A}|^2} = 1$$

$$C_i = \left(\overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}\right)_i = \epsilon_{ijk} A_j B_k$$