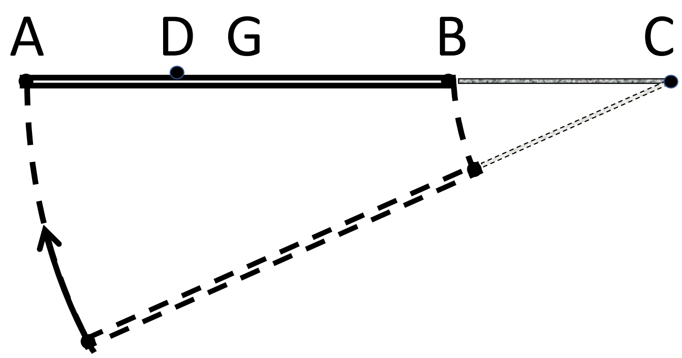
Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 13/1/2020
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1



Con riferimento alla figura, un'asta rigida di lunghezza $2l$ (AB), è appoggiata su un piano orizzontale (la forza di gravità è ortogonale al piano) privo di attrito ed è collegata a un punto fisso C di questo piano mediante una corda BC, flessibile, inestensibile, di massa trascurabile e di lunghezza l. Due punti materiali di ugual massa m sono posti negli estremi A e B dell'asta e sono solidali con essa, la massa dell'asta è trascurabile rispetto a m. L'asta ruota con la corda tesa intorno ad un asse verticale passante per C con una velocità angolare costante di modulo ω. Ad un certo istante viene posto in un punto D un chiodo di dimensioni trascurabili su cui l'asta va ad urtare. Dopo l'urto, perfettamente anelastico, l'asta rimane in quiete. Calcolare:

1. La tensione della corda (T) prima dell'urto

$$T = \text{...............}$$

2. L'energia meccanica persa nell'urto (ΔE)

$$\Delta E = \text{...............}$$

3. La distanza tra D e C (DC)

$$DC = \text{...............}$$

Dati: $m = 0.3\ kg$, $\omega = 2\pi\ s^{-1}$, $l = 30\ cm$

Soluzione Esercizio 1

1. Prima dell'urto, la risultante delle forze esterne agenti sul sistema asta più masse coincide con la tensione della corda il cui modulo è incognito. Il centro di massa del sistema coincide con il centro dell'asta e si muove su una circonferenza di raggio $2l$ con una velocità in modulo $2l\omega$. In questo moto circolare uniforme l'accelerazione del centro di massa è centripeta come la forza dovuta alla corda (tensione) ed ha modulo $a = 2l\omega^2$. Per cui:

$$T = Ma = 2m2l\omega^2 = 14.2 \ N$$

2. Durante l'urto anelastico l'energia meccanica non si conserva: un istante prima dell'urto e quello immediatamente dopo non cambia l'energia potenziale. Pertanto l'energia meccanica persa coincide con l'energia cinetica persa. Quest'ultima è nulla immediatamente dopo l'urto , per cui:

$$\Delta E = T_i - T_f = \frac{1}{2} I \omega^2$$

   Dove I è il momento di inerzia del sistema rigido rispetto all'asse di rotazione: $I = ml^2 + 9ml^2 = 10ml^2$ Per cui:

$$\Delta E = 5ml^2\omega^2 = 5.33 \ J$$

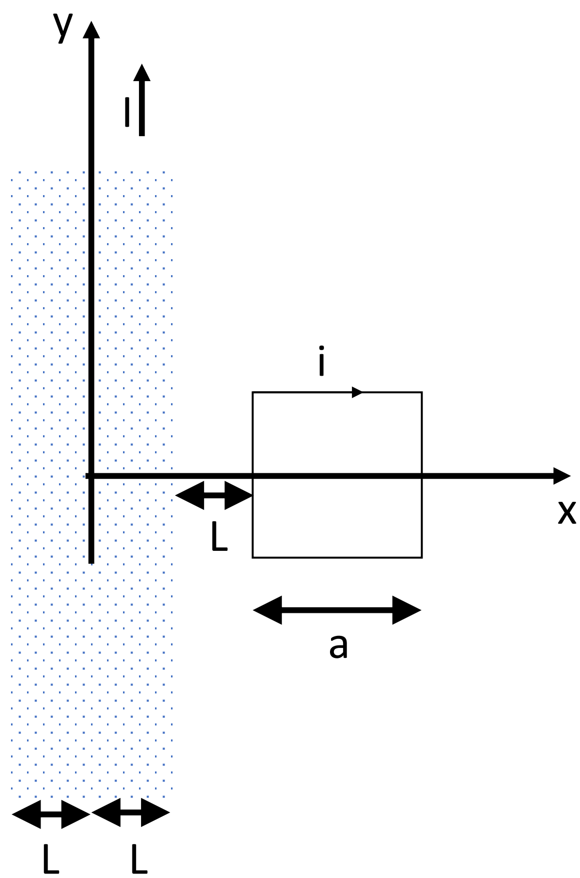
3. Possiamo in questo caso applicare la seconda equazione cardinale, osservando che se scegliamo un polo sul piano orizzontale (piano xy) il momento delle forze esterne può solo che essere ortogonale a tale piano (polo su piano e tensione sul piano) e quindi verticale (asse z), allo stesso modo poichè la quantità di moto di ciacuna massa e del chiodo o è nulla o giace sul piano xy, anche il momento angolare è diretto lungo l'asse z. Scegliendo inoltre il polo in D, il momento della forza incognita esercitata dal chiodo risulta nullo, come pure risulta nullo il momento dovuto alla tensione della corda. Pertanto il momento angolare rispetto a tale polo è costante. Poichè dopo l'urto il momento angolare (L_f) è nullo, tale deve essere anche prima dell'urto, per cui:

$$\overrightarrow{L}_i = \overrightarrow{DA} \wedge m\overrightarrow{v}_1 + \overrightarrow{DB} \wedge m\overrightarrow{v}_2 = \overrightarrow{L_f} = 0$$

   che si traduce in una sola equazione:

$$-3ml\omega(3l - x) + ml\omega(x - l) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{5}{2}l = 75 \ cm$$

Esercizio 2



Consideriamo un nastro conduttore rettilineo, virtualmente infinito, di spessore trascurabile e larghezza $2L$, percorso da una corrente costante ed uniforme I. Nel piano del nastro è posta una spira conduttrice rigida quadrata di lato a e distanza L dal bordo del nastro. Questa spira è percorsa da una corrente costante i. Tutto il sistema si trova nel vuoto. Vedi la figura per i versi delle correnti.

1. Esprimere il campo magnetico, $\vec{B}$ generato dal nastro a una distanza $x > L$ dall'asse del nastro sul piano individuato dal nastro e dalla spira.

$$\vec{B}(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

2. Esprimere la forza totale $\vec{F}$ esercitata sulla spira dal nastro percorso da corrente in modulo direzione e verso in funzione di a, L, I, i.

$$\vec{F} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

3. Calcolare il valore della forza nel caso in cui a=L, $\vec{F}_{a=L}$.

$$\vec{F}_{a=L} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Dati: $I = 5\ A$, $i = 100\ mA$.

Soluzione Esercizio 2

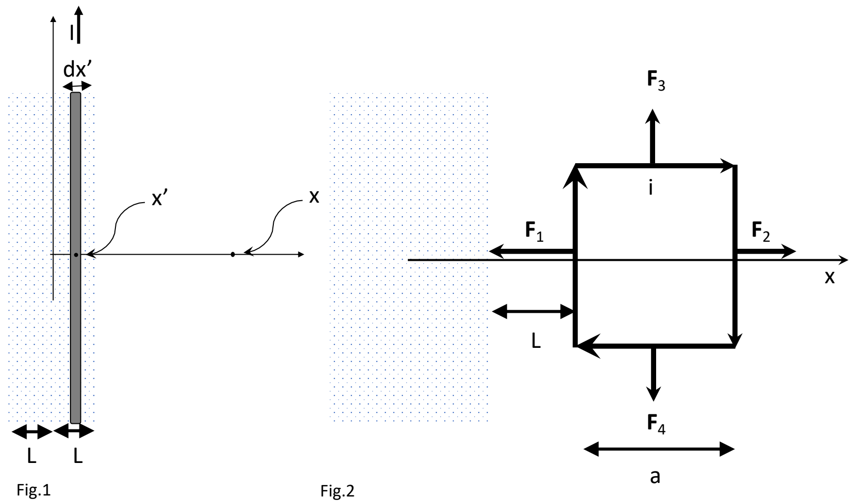


Fig.1 Fig.2

1. (Figura 1) Possiamo pensare di suddividere il nastro in tante striscie di larghezza dx', con ciascuna striscia attraversata dalla corrente dI dove:

$$dI = \frac{I}{2L} dx'$$

Da Biot-Savart, per $x > L$ il campo magnetico generato dal nastro può essere solo entrante nel foglio. Da Ampere, il modulo del campo $dB(x, x')$ nel punto esterno a distanza $x > L$, creato da una sottile striscia larga dx', posizionata in x' e percorsa dalla corrente dI è dato da:

$$dB(dx', x) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{dI}{x - x'}$$

Per cui:

$$B(x) = \int_{-L}^{L} dB(dx', x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi 2L} \int_{-L}^{L} \frac{dx'}{x - x'} = \frac{\mu_0 I}{4\pi L} ln \frac{x + L}{x - L}$$

Dalla quale otteniamo:

$$\overrightarrow{B}(x) = -B(x)\hat{z}$$

2. La forza magnetica risultante sulla spira è la somma delle forze magnetiche esercitate su ciascun lato della spira percorsa dalla corrente i nel verso indicato, per cui con riferimento alla Figura 2:

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F}_1 + \overrightarrow{F}_2 + \overrightarrow{F}_3 + \overrightarrow{F}_4 = -iaB(2L)\hat{x} + iaB(2L + a)\hat{x} + \overrightarrow{F}_0 - \overrightarrow{F}_0$$

Gli ultimi 2 contributi ($\overrightarrow{F}_3 = -\overrightarrow{F}_4 = \overrightarrow{F}_0$) si annullano in quanto lungo i lati 3 e 4 il campo magnetico è lo stesso, la lunghezza del lato è la stessa, ma cambia il verso della corrente. Per cui:

$$\overrightarrow{F} = ia\frac{\mu_0 I}{4\pi L} \left(-ln\frac{2L + L}{2L - L} + ln\frac{2L + a + L}{2L + a - L} \right) \hat{x} = ia\frac{\mu_0 I}{4\pi L} \left(-ln\frac{3L}{L} + ln\frac{3L + a}{L + a} \right) \hat{x}$$

3. L'espressione della forza calcolata al punto precedente fornisce per a=L:

$$\overrightarrow{F}_{a=L} = i\frac{\mu_0 I}{4\pi} (-ln3 + ln2)\hat{x} = \frac{0.1 \times 5 \times 4\pi \times 10^{-7}}{4\pi} (ln2 - ln3) = -2 \times 10^{-8} \hat{x}\ N$$