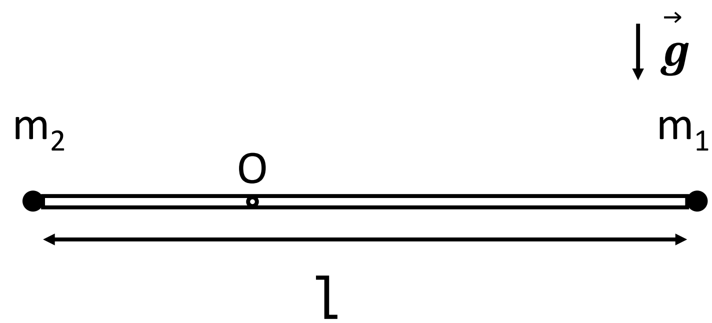
Corso di Laurea: Ingegneria Informatica

Esame di Fisica Generale del 8/06/2018
Cognome : .... Nome : ....

Matricola: .... Anno di corso : ....

Esercizio 1



Un'asta rigida di massa trascurabile e di lunghezza l, ai cui estremi sono fissate due masse puntiformi m_1 e m_2, è libera di ruotare in un piano verticale intorno a un asse orizzontale fisso passante per il punto O che dista d dal centro dell'asta.
Il sistema è posto inizialmente in posizione orizzontale (vedi figura) e lasciato cadere con velocità iniziale nulla.

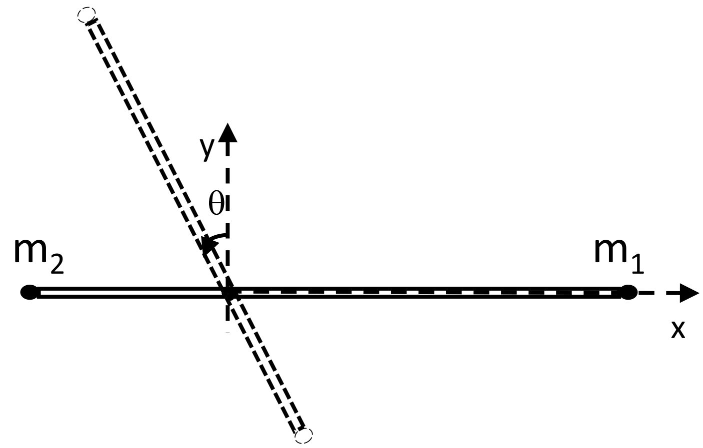
1. Calcolare il momento delle forze, $\vec{\tau}$ agente sul sistema rispetto al polo O, e il verso di rotazione (orario o antiorario) del sistema quando esso viene lasciato cadere motivando la risposta
   $\vec{\tau}$ = ... *verso di rotazione* = ...

2. Con le stesse condizioni iniziali, calcolare la velocità angolare della sbarra, ω, quando questa raggiunge la posizione verticale
   ω = ...

3. Calcolare il periodo delle oscillazioni T attorno alla posizione verticale, assumendo piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio
   T = ...

[$m_1 = 400\ g$, $m_2 = 700\ g$, $l = 1.5\ m$, $d = 20\ cm$]

Soluzione Esercizio 1



Assumiamo un sistema di assi cartesiani come quello indicato in figura con origine in O e con asse z ortogonale al piano x,y e uscente dal foglio.

1. Il momento delle forze, nella posizione orizzontale, quando il sistema viene lasciato cadere è dato da $\overrightarrow{\tau} = (m_2 g l_2 - m_1 g l_1)\hat{z}$, con $l_1 = l/2 + d = 0.95\ m$, $l_2 = l/2 - d = 0.55\ m$, e fa ruotare il sistema in verso antiorario essendo $m_2 g l_2 - m_1 g l_1 = 0.049\ N \cdot m$ positivo.

2. Per determinare la velocità angolare della sbarretta, osserviamo che poichè la sbarretta ruota in senso antiorario la prima volta che raggiunge la posizione verticale m_1 è in alto e m_2 è in basso. Inoltre poichè non ci sono forze dissipative in gioco, l'energia totale meccanica del sistema, E, è conservata e assumendo l'origine sul perno possiamo scrivere:

$$E_i = K_i + U_i = 0 = E_f = K_f + T_f = \frac{1}{2} I\omega^2 + m_1 g l_1 - m_2 g l_2$$

dove I è il momento di inerzia del sistema rispetto al polo O, $I = m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2$. Pertanto $I = 0.57\ kg \cdot m^2$. Pertanto la velocità angolare è data da :

$$\omega = \sqrt{\frac{2g\,(m_2 l_2 - m_1 l_1)}{I}} = 0.41\ rad/s$$

3. Per determinare il periodo delle oscillazioni attorno alla posizione verticale, calcoliamo il momento delle forze agente rispetto al polo O quando la sbarretta forma un angolo θ con l'asse delle y (notare che $\theta = -90^0$ quando la sbarra è nella posizione orizzontale).

$$I\alpha = -\,(m_2 g l_2 - m_1 g l_1)\sin(\theta)$$

Per piccole oscillazioni, $\sin(\theta) \simeq \theta$, possiamo scrivere:

$$I\alpha = I\ddot{\theta} = -\,(m_2 g l_2 - m_1 g l_1)\theta$$

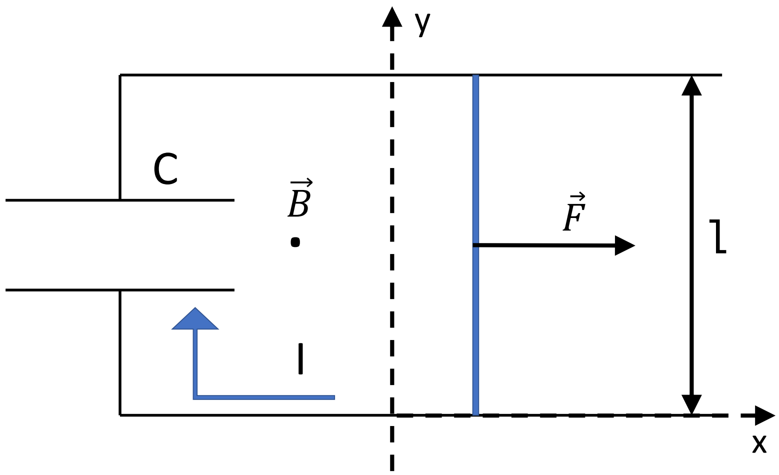
dalla quale

$$\ddot{\theta} = -\Omega^2 \theta$$

con $\Omega = \sqrt{\frac{(m_2 g l_2 - m_1 g l_1)}{I}} = 0.29\ rad/s$ per cui il periodo T è dato da:

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = 21.5\ s = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2}{(m_2 g l_2 - m_1 g l_1)}}$$

Esercizio 2



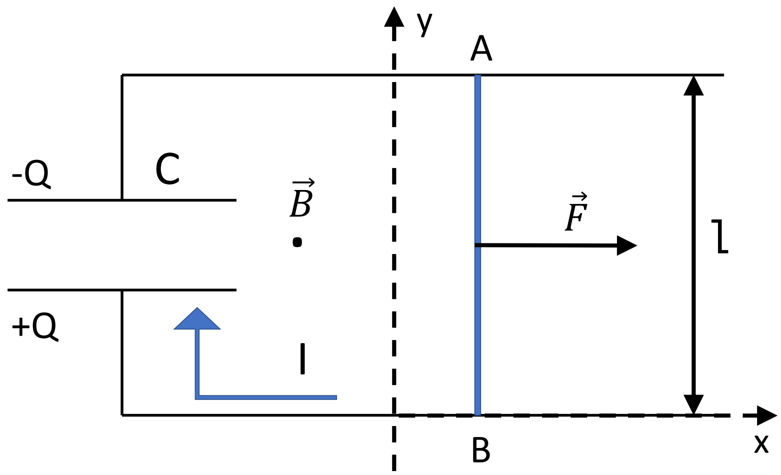
Il circuito illustrato in figura è costituito da due conduttori paralleli che giacciono su un piano orizzontale, distanti $l = 50\ cm$, che formano due binari sui quali può scorrere senz'attrito una sbarretta anch'essa conduttrice di massa $m = 40\ g$ e da un condensatore di capacità $C = 500\ \mu F$. La resistenza di tutti i conduttori in gioco è trascurabile e il circuito è immerso in una zona di campo magnetico uniforme B= 1 T ortogonale al piano orizzontale.
Al tempo t=0 viene applicata una forza meccanica costante $F = 10^{-2}\ N$ parallela all'asse x che mette in moto la sbarretta.

1. Determinare l'espressione della corrente I indotta che carica il condensatore in funzione dell'accelerazione, a della sbarretta. Assumere che la fem indotta si stabilisce instantaneamente ai capi della sbarretta.
   $I(a) =$ ....

2. Determinare la forza totale agente sulla sbarretta $\vec{F}_s$ e descrivere e motivare il tipo di moto della sbarretta (moto uniformente accelerato, moto vario, moto uniforme, ecc...)
   $\vec{F}_s =$ ....

3. Calcolare la carica del condensatore al tempo $t = 2\ s$, $Q(2s)$, assumendo al tempo t=0 il condensatore scarico e la velocità della sbarretta nulla
   $Q(2s) =$ ....

Soluzione Esercizio 2



1. Il verso scelto per la corrente nella figura coincide con il verso della corrente indotta, che tende a generare un campo magnetico indotto che si oppone a $\overrightarrow{B}$. Infatti quando la sbarretta è in moto la forza di Lorentz produce un campo elettrico, $\overrightarrow{E}_L = \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B} = -vB\hat{y}$ e di conseguenza una fem tra B e A (vedi figura), il cui polo positivo (negativo) coincide con B (A). La fem indotta che si stabilisce istantaneamente ai capi della sbarretta è pari alla differenza di potenziale ai capi della capacità e vale:

$$fem = Bvl = \frac{Q}{C}$$

La carica sulle armature del condensatore aumenta al trascorrere del tempo e $\frac{dQ}{dt}$ è positiva e in accordo quindi con il verso scelto per la corrente per cui:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

L'espressione della corrente in funzione dell'accelerazione della sbarretta è quindi:

$$I(a) = \frac{dQ}{dt} = BalC$$

2. Sulla sbarretta agisce la forza $\overrightarrow{F}$ e la forza di Lorentz, $\overrightarrow{F}_l$, dovuta alla corrente I, per la quale:

$$\overrightarrow{F}_l = -IlB\hat{x}$$

Per la seconda legge della dinamica, $\overrightarrow{F}_s = ma\hat{x} = \big(F - aCl^2B^2\,\big)\hat{x}$ dalla quale otteniamo:

$$a + a\frac{Cl^2B^2}{m} = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{F}{m}\left(1 + \frac{Cl^2B^2}{m}\right)^{-1} = \frac{F}{m + Cl^2B^2} = 0.249\ m \cdot s^{-2}$$

Poichè l'accelerazione è costante si tratta di un moto uniformemente accelerato e $|F_s| = ma = 9.97 \cdot 10^-3\ N$

3. Al tempo t=0 la velocità iniziale della sbarretta è nulla e il condendensatore è scarico, pertanto poichè la corrente I è costante e pari a $I = \frac{dQ}{dt} = BalC = 62.3\ \mu A$, otteniamo: $Q(t') - Q(0) = BlCat'$ che per $t' = 2s$ e $Q(0) = 0$ fornisce:

$$Q(2s) = 124.6\ \mu C$$