

# Apparati Sperimentali

*ovvero*

*Rivelatori di particelle per lo studio della  
fisica delle interazioni fondamentali*

**A.A. 2004-2005; II semestre**

*Prof. Rino Castaldi, Dr. Fabrizio Palla*

*Con il contributo su argomenti specifici da parte di:*

*Dr<sup>SSA</sup>. Gloria Spandre, Dr. Roberto Dell'Orso, Dr. Piero Giorgio Verdini*

## ***3. Interazione delle particelle con la materia***

# Sommario

## ◆ Particelle cariche

- Perdita di energia per ionizzazione
- Bremsstrahlung
- Scattering multiplo
- Radiazione Cerenkov

## ◆ Fotoni

- Effetto fotoelettrico
- Scattering Compton
- Produzione di coppie

$m_e c^2$	Electron mass $\times c^2$	0.510 998 902(21) MeV
$r_e$	Classical electron radius $e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e c^2$	2.817 940 285(31) fm
$N_A$	Avogadro's number	$6.022\ 141\ 99(47) \times 10^{23}$ mol $^{-1}$
$ze$	Charge of incident particle	
$Z$	Atomic number of absorber	
$A$	Atomic mass of absorber	g mol $^{-1}$
$K$	$4\pi N_A r_e^2 m_e c^2$	0.307 075 MeV cm $^2$
$I$	Mean excitation energy	eV ( <i>Nota bene!</i> )
$\delta$	Density effect correction to ionization energy loss	

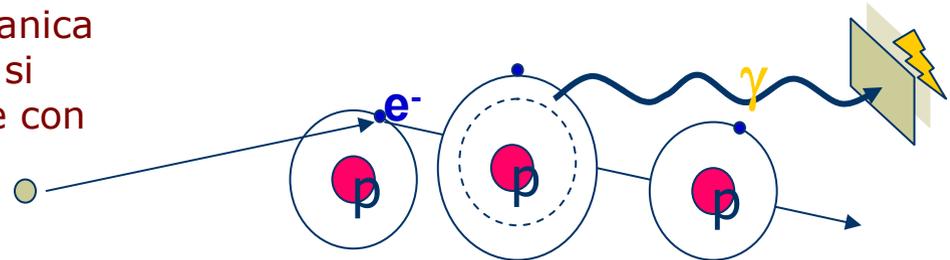
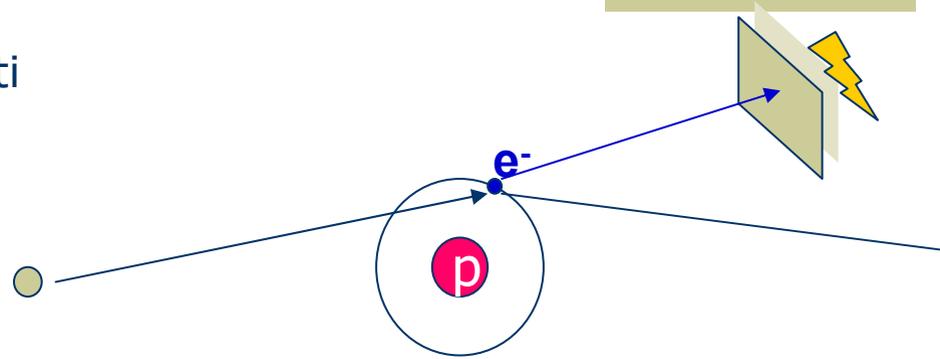
# Particelle cariche

- ◆ Le particelle cariche piu' pesanti degli elettroni perdono energia nella materia attraverso due meccanismi principali:

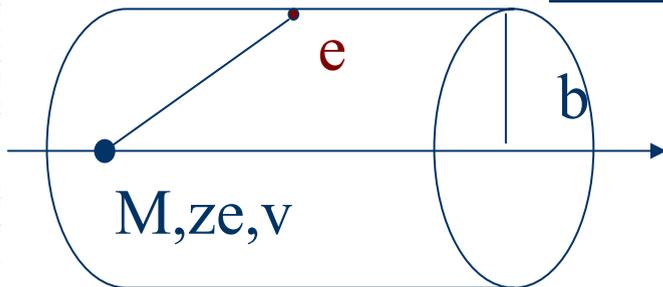
- Ionizzazione
- Eccitazione degli atomi

- ◆ Il processo principale avviene attraverso il trasferimento dell'energia agli elettroni dell'atomo.

- ◆ Descrizione accurata dalla meccanica quantistica (Bethe e Bloch), ma si puo' intuire la dipendenza anche con un modello classico (Bohr)



# Modello di Bohr



$$\Delta p = \int F_{\perp} dt = e \int E_{\perp} dt = \int E_{\perp} \frac{dx}{v}$$

dalla legge di Gauss :  $\int E_{\perp} 2\pi b dx = 4\pi z e$

$$\Delta p = \frac{2ze^2}{bv}$$

$$\Delta E(b) = \frac{(\Delta p)^2}{2m_e} = \frac{2z^2 e^4}{m_e v^2 b^2}$$

$$-dE(b) = \Delta E(b) N_e dV = \Delta E(b) N_e 2\pi b db dx$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4 N_e}{m_e v^2} \ln\left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}}\right)$$

# Modello di Bohr

- ◆  $b_{\max}$ :
  - Gli elettroni sono legati nell'atomo, quindi per acquisire energia occorre che l'interazione avvenga in un tempo  $\tau$  piccolo rispetto a quello tipico di rivoluzione dell'elettrone nell'atomo, altrimenti la media temporale è nulla:
    - $\tau = b_{\max}/\gamma v < 1/v$
- ◆  $b_{\min}$ :
  - È descritto dalla massima energia acquisibile dall'elettrone per collisione frontale:
    - $\Delta E(b_{\min}) = 2m_e v^2 \gamma^2$
    - $b_{\min} = ze^2/m_e \gamma v^2$

# dE/dx

## ■ Formula di Bohr:

- Descrizione funzionale corretta

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4 N_A Z \rho}{m_e v^2 A} \ln\left(\frac{\gamma^2 m_e v^3}{ze^2 v}\right)$$

## ■ Formula di Bethe-Bloch:

- Uso della meccanica quantistica
- Descrive la perdita di energia di pioni in un range tra i 6 MeV e 6 GeV con una precisione migliore dell'1%

$$-\frac{dE}{dx} = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

# Osservazioni

- ◆ Il meccanismo di perdita di energia avviene prevalentemente per l'interazione con gli elettroni:
  - Infatti:

$$\frac{(\Delta E)_{Ze}}{(\Delta E)_{Nuclei}} \sim \frac{m_p}{m} \sim 2000$$

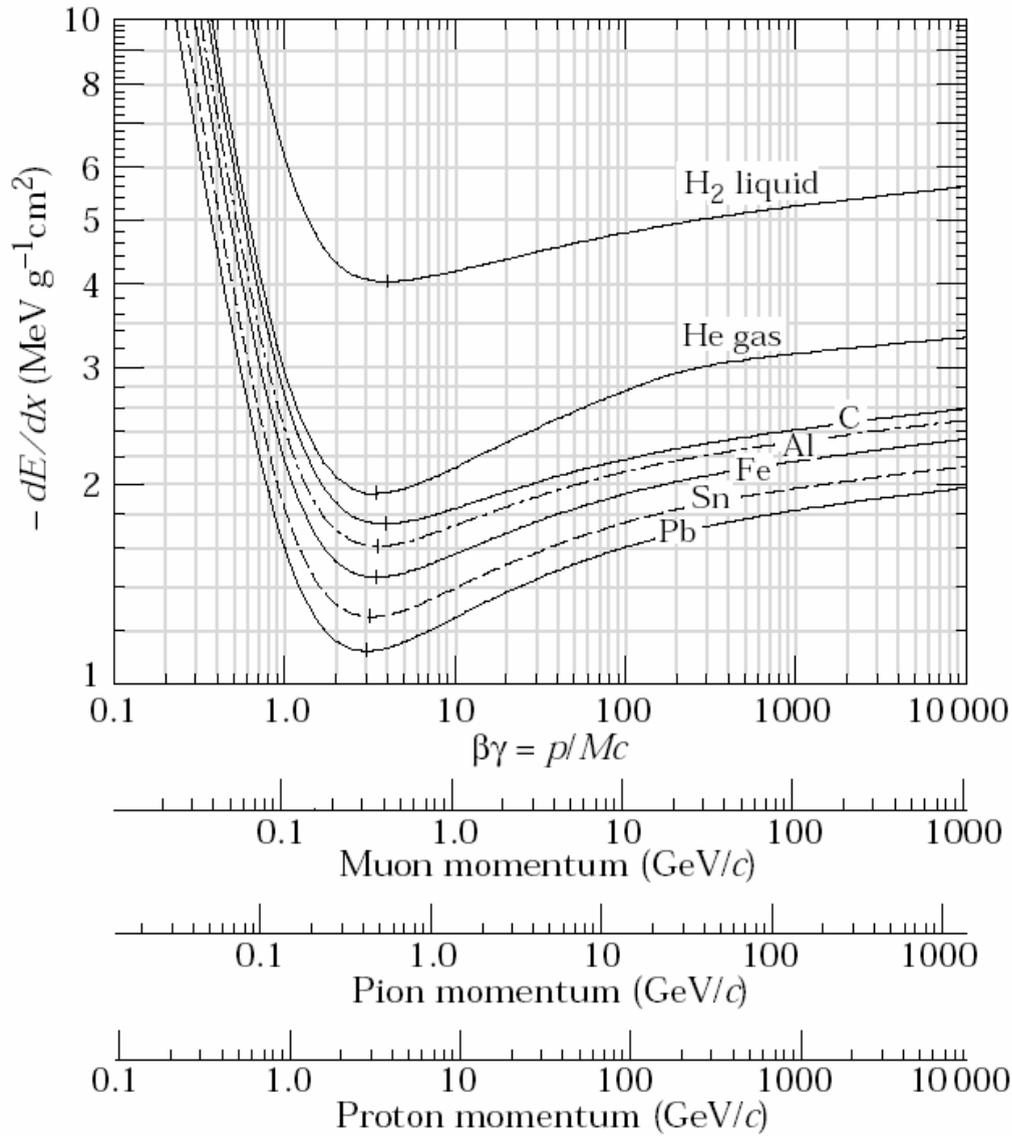
# Correzioni

## ◆ “Shell corrections”

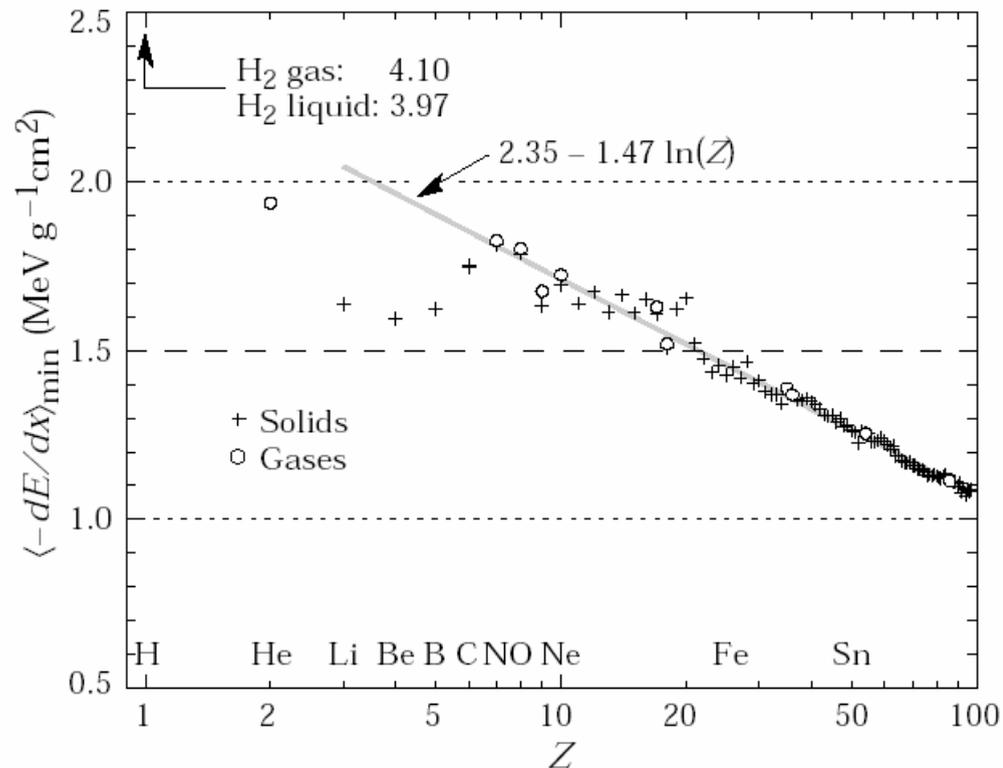
- Il tempo di interazione  $e'$  paragonabile al periodo orbitale
- Correzione piccola

## ◆ Effetti di densita`

- Il campo elettrico lontano dalla particella  $e'$  schermato da effetti di polarizzazione del mezzo.
- Si manifesta maggiormente per energie grandi della particella incidente:
  - $b_{\max} = \gamma v / v$



# Distribuzione del minimo in funzione del materiale



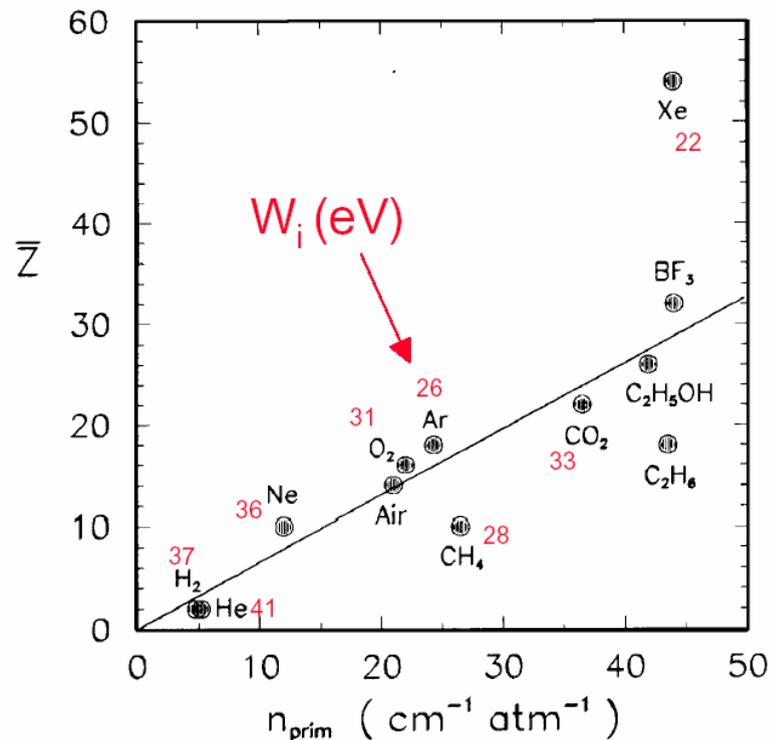
$$n_{total} = \frac{\Delta E}{W_i} = \frac{dE}{dx} \frac{\Delta x}{W_i}$$

$$n_{total} \approx 3 \dots 4 \cdot n_{primary}$$

total number of created  
electron-ion pairs.  
 $\Delta E$  = total energy loss  
 $W_i$  = effective <energy loss>/pair

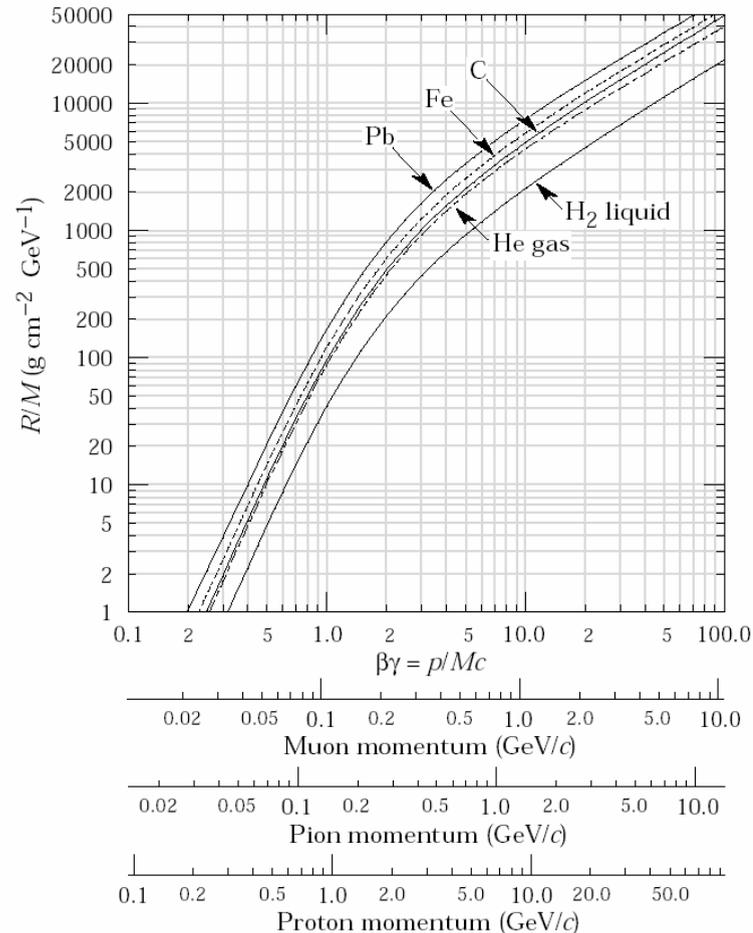
Number of  
primary  
electron/ion pairs  
in frequently  
used (detector)  
gases.

(Lohse and Witzeling,  
Instrumentation In High  
Energy Physics, World  
Scientific, 1992)



# Range

- ◆ Range
  - $R = \int (dE/dx)^{-1} dE$
- ◆ Poiche ` la piu' grande perdita avviene per  $1/\beta^2 \propto E^{-1}$   
 $\Rightarrow R \propto \int E dE = E^2$



# Raggi delta

- ◆ Elettroni espulsi che ionizzano a loro volta
- ◆ Per energie  $T \gg I$

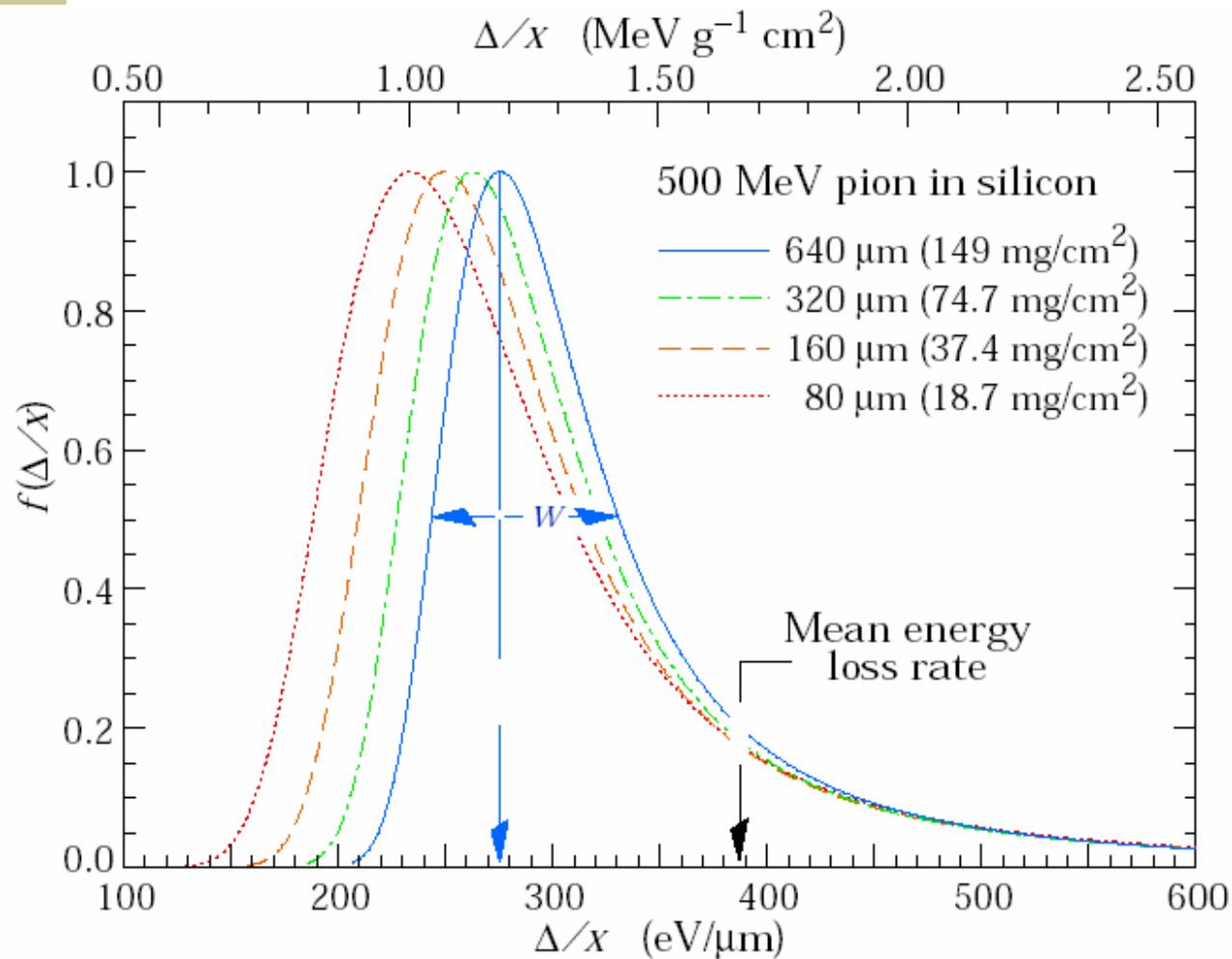
$$\frac{d^2N}{dTdx} = \frac{1}{2} K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \frac{F(T)}{T^2}$$

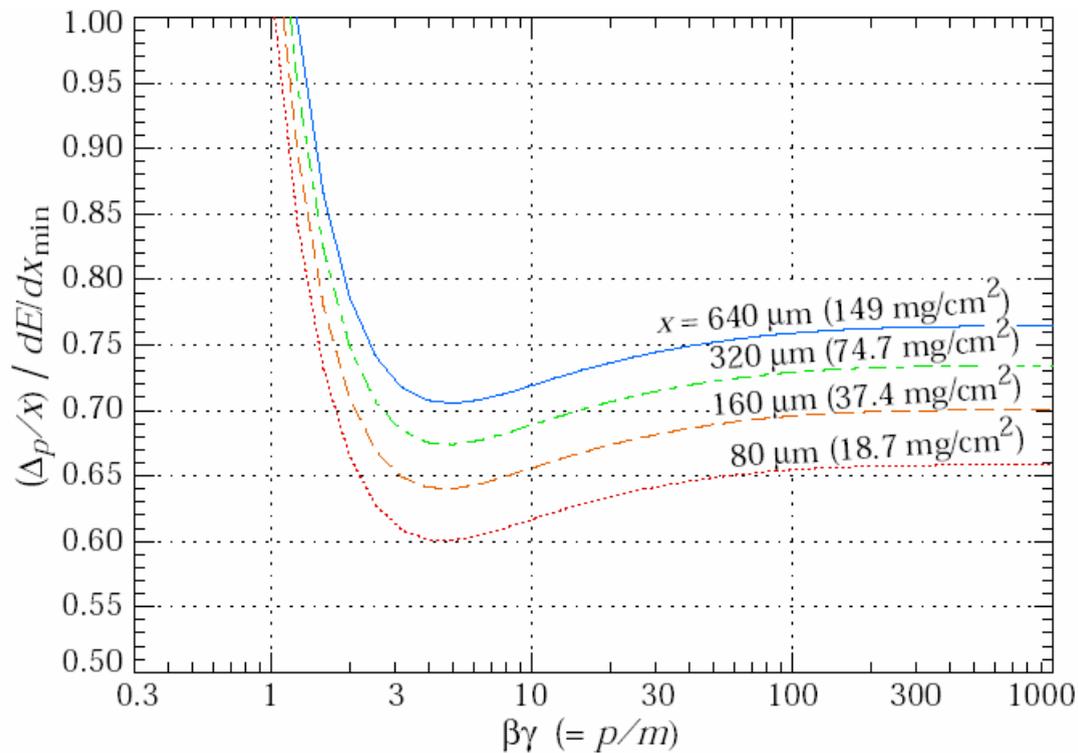
- ◆ F dipende dallo spin

- ◆ Raggi delta molto energetici sono rari
- ◆ Per pioni di 500 MeV che attraversano silici di 300  $\mu\text{m}$  di spessore la probabilita' di emettere un raggio delta con  $T > 116 \text{ keV}$  e' di circa il 5%.

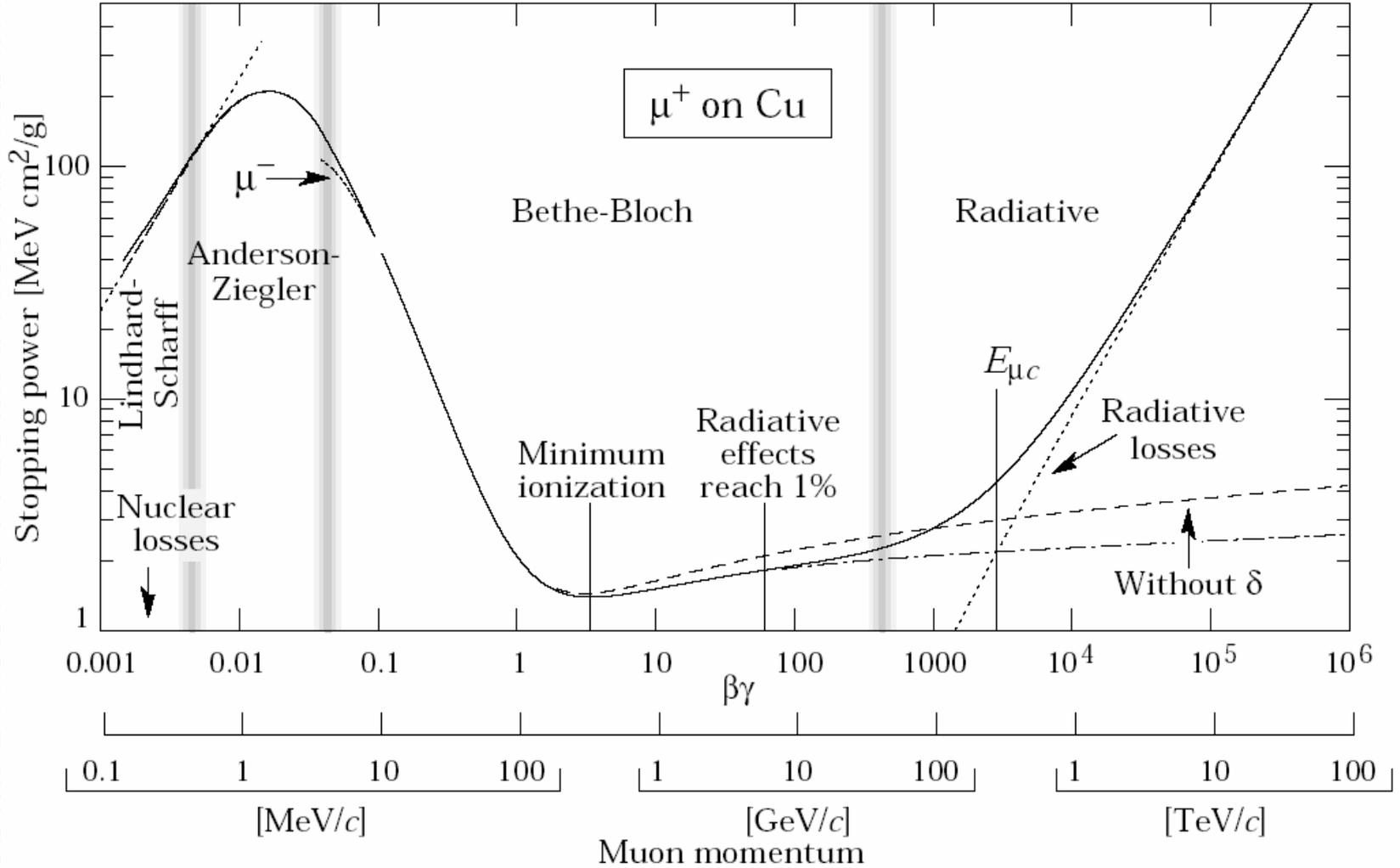
# Fluttuazioni

- ◆ La distribuzione di Bethe-Bloch descrive la media dell'energia, mentre la descrizione della perdita di energia di una singola particella e' tipicamente casuale
- ◆ Possono avvenire grandi trasferimenti di energia in una singola collisione e si osservano distribuzioni di perdita di energia leggermente asimmetriche, descritte bene dalla distribuzione di Landau





Distribuzione del rapporto tra energia piu' probabile e quella al minimo nel silicio (388 eV/ $\mu\text{m}$ ) in funzione di  $\beta\gamma$



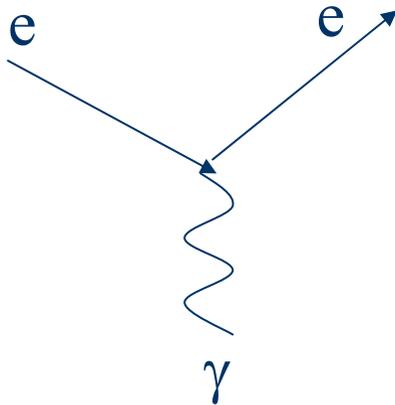
# Elettroni e positroni

- ◆ La perdita di energia degli elettroni non puo' essere ben descritta dalle formule precedenti a causa di due motivi:
  - Poiche' sono particelle identiche agli elettroni atomici
  - Possono interagire con il campo Coulombiano del nucleo (Bremmstrahlung)

$$\left. \frac{dE}{dx} \right|_{tot} = \left. \frac{dE}{dx} \right|_{collisionale} + \left. \frac{dE}{dx} \right|_{Bremmstrahlung}$$

- A piu' basse energie ci sono perdite per altri processi (Møller, Bhabha, annichilazione di positroni)

# Bremsstrahlung



$$d\sigma \propto Z^2/m^2$$

Principalmente elettroni: infatti per la particella immediatamente piu' massiva (il muone,  $m=106$  MeV) e' soppressa di  $\sim 40000$  volte!

$$\left. \frac{dE}{dx} \right|_{\text{Bremsstrahlung}} = 4 \frac{\rho N_A}{A} E_0 Z^2 r_e^2 \alpha F(Z)$$

# Bremsstrahlung

Diversamente dalla perdita per ionizzazione, quasi tutta l'energia è emessa in uno o due fotoni, per cui c'è molta più fluttuazione

Numero di fotoni emessi con energie comprese tra  $k_{\min}$  e  $k_{\max}$  per attraversamento di uno spessore  $d \ll X_0$

$$N_{\gamma} = \frac{d}{X_0} \left[ \frac{4}{3} \ln \left( \frac{k_{\max}}{k_{\min}} \right) - \frac{4(k_{\max} - k_{\min})}{3E} + \frac{(k_{\max} - k_{\min})^2}{2E^2} \right]$$

# Energia critica

E' l'energia alla quale la perdita per ionizzazione e quella per radiazione sono uguali

$$E_{\text{Critica}} \cong \frac{800 \text{ MeV}}{Z + 1.2} \text{ (Berger e Seltzer)}$$

# Lunghezza di radiazione

La distanza  $X_0$  per cui l'energia dell'elettrone  $e'$  ridotta di  $1/e$  a causa della bremsstrahlung solamente.

$$\left. \frac{dE}{E} \right|_{\text{Bremsstrahlung}} = 4 \frac{\rho N_A}{A} Z^2 r_e^2 \alpha F(Z) dx$$

$$\frac{1}{X_0} = 4\alpha r_e^2 \frac{N_A}{A} \left\{ Z^2 [L_{\text{rad}} - f(Z)] + Z L'_{\text{rad}} \right\} .$$

$$4\alpha r_e^2 N_A = (716.408 \text{ g cm}^{-2})^{-1} \quad X_0 \sim 716 A/Z^2 \text{ g cm}^{-2}$$

Rossi definisce l'energia critica come  
 $-dE/dx|_{\text{brem}} = E/X_0$

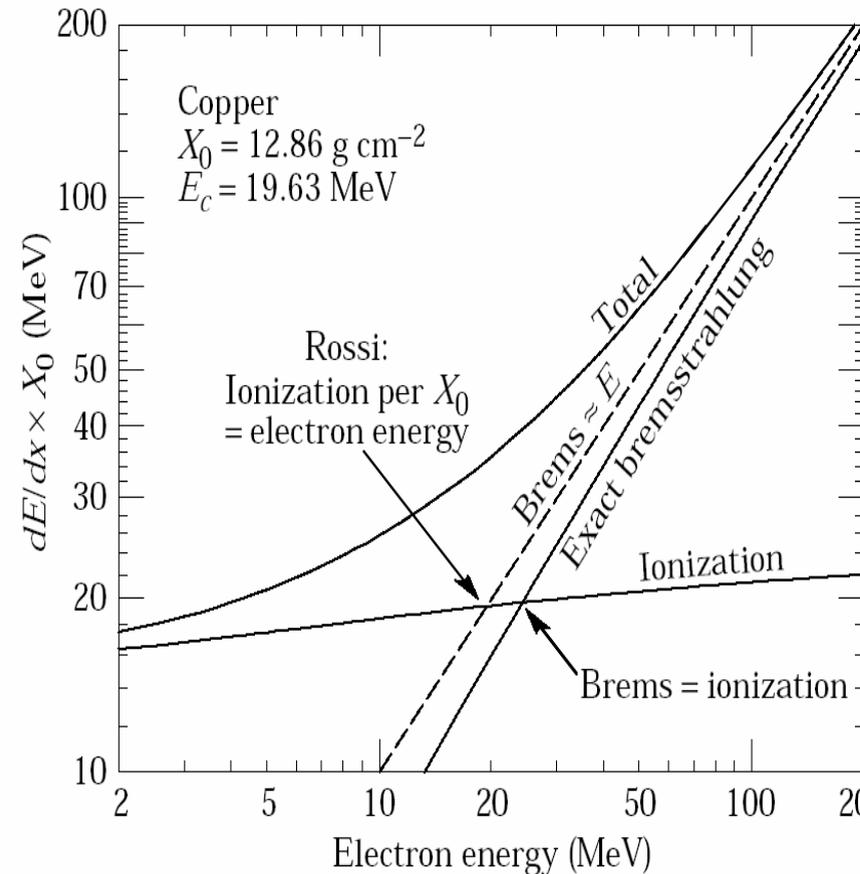
# Lunghezza di radiazione

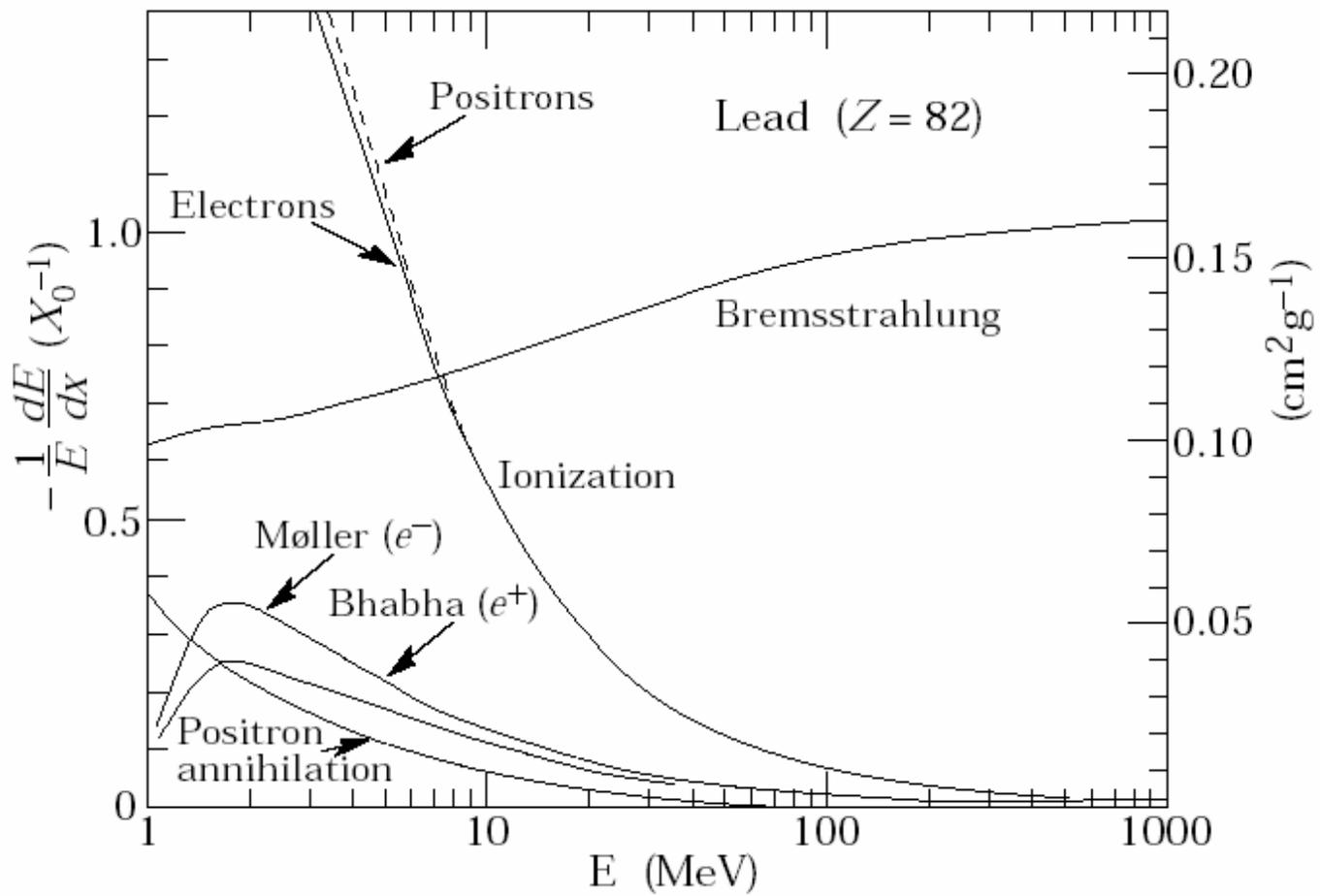
Element	$Z$	$L_{\text{rad}}$	$L'_{\text{rad}}$
H	1	5.31	6.144
He	2	4.79	5.621
Li	3	4.74	5.805
Be	4	4.71	5.924
Others	$> 4$	$\ln(184.15 Z^{-1/3})$	$\ln(1194 Z^{-2/3})$

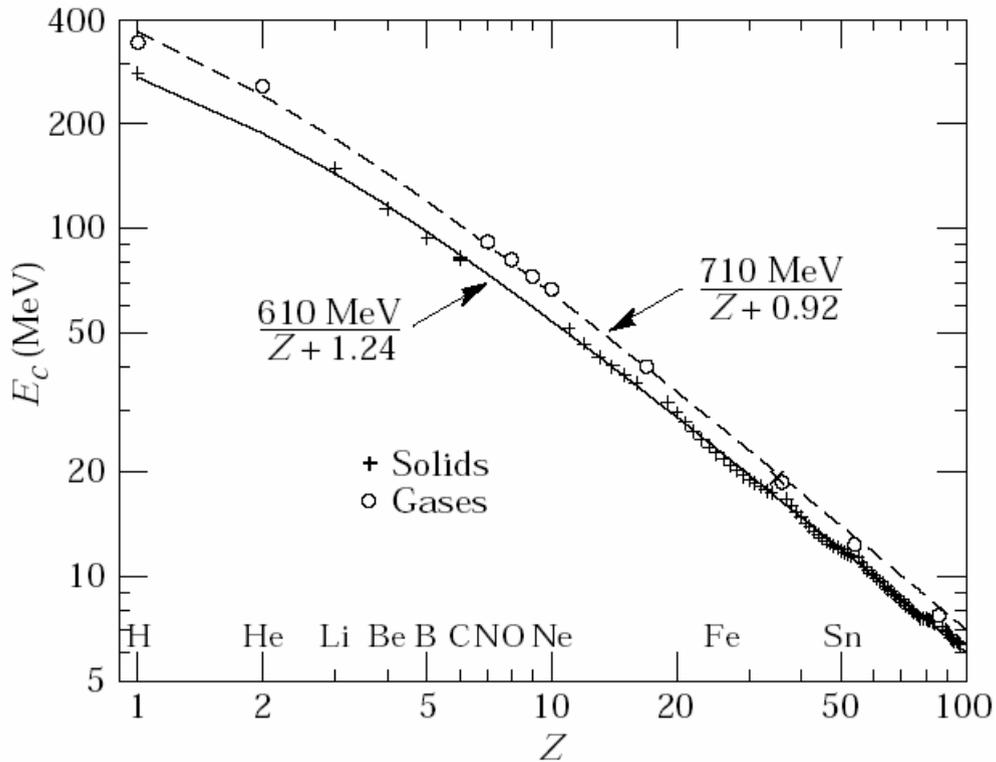
# Lunghezza di radiazione

$$X_0 = \frac{716.4 \text{ g cm}^{-2} A}{Z(Z + 1) \ln(287/\sqrt{Z})}$$

- ◆ Formula approssimata e corretta al 2.5% eccetto che per l'elio (5%)







## Energia critica per diversi materiali

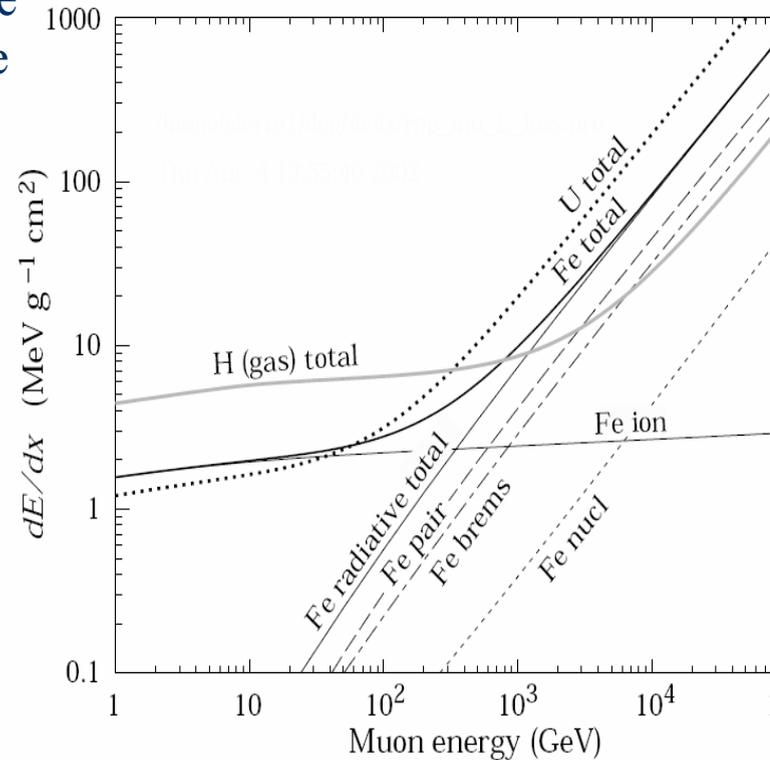
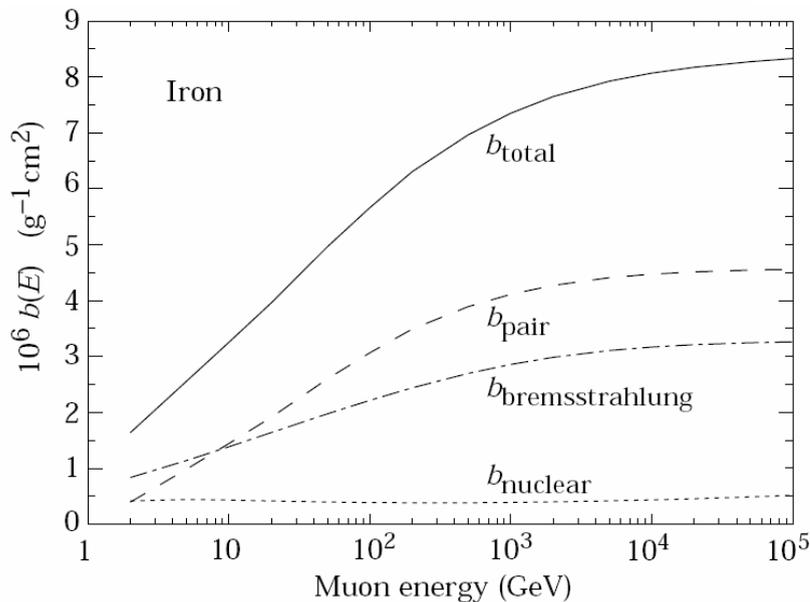
# Muoni ultrarelativistici

- ◆ Benche' la perdita di energia per Bremsstrahlung dei muoni sia 40 mila volte inferiore a quella degli elettroni, per energie dei muoni sufficientemente elevate, processi radiativi possono divenire dominanti rispetto a quella per ionizzazione.
- ◆ Questi processi radiativi comprendono:
  - Produzione di coppie
  - Bremsstrahlung
  - Reazioni foto-nucleari

# Muoni ultrarelativistici

Detta  $a(E)$  la perdita di energia per ionizzazione e  $b(E)$  quella per perdite radiative, le due figure mostrano i contributi relativi nel Ferro e nell'Idrogeno

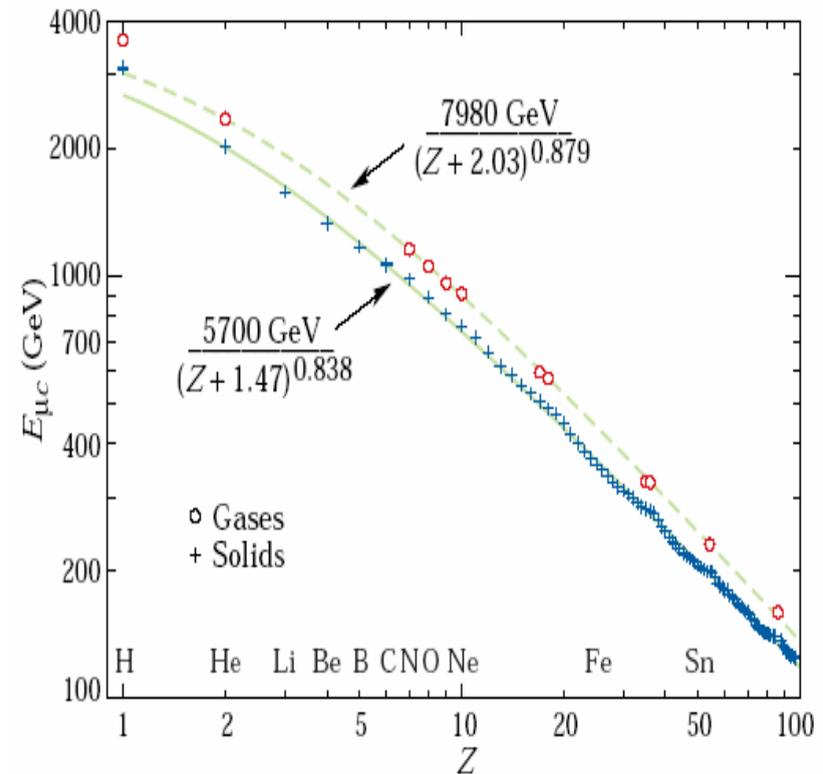
$$-dE/dx = a(E) + b(E) E .$$

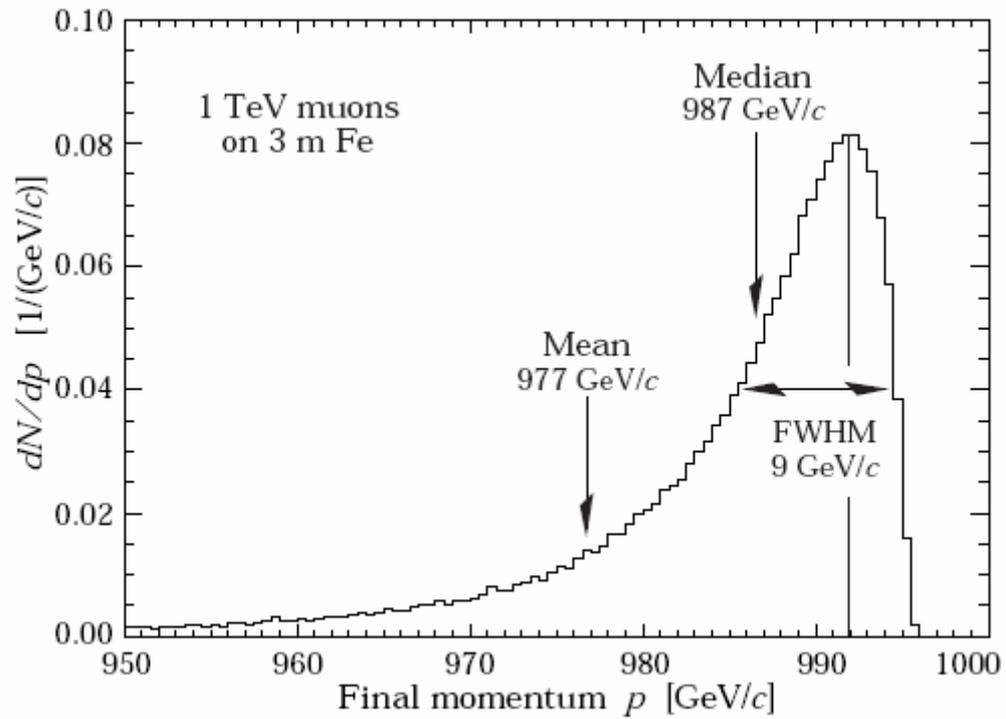


# Muoni ultrarelativistici

- ◆ Così come per gli elettroni possiamo definire una energia critica in cui le perdite di energia per ionizzazione sono equivalenti a quelle per radiazione:

$$E_{\mu c} = a(E_{\mu c})/b(E_{\mu c})$$





# Problema

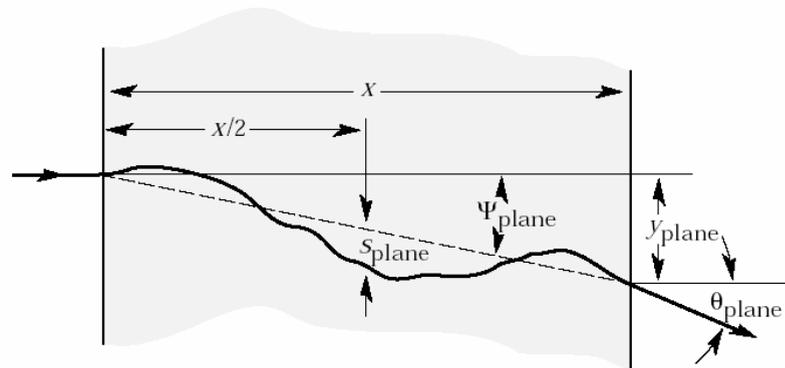
- ◆ Calcolare qual e' l'energia minima in superficie di un muone che riesce a penetrare uno spessore di 300 m di terreno
  - densita' del terreno  $3 \text{ g/cm}^3$
  - Supporre che i muoni interagiscano come particelle al minimo
- ◆ Calcolare l'energia dei muoni a 300 m di profondita'.
- ◆ Supponendo che il flusso dei muoni in superficie per energie superiori a  $\sim 100 \text{ GeV}$  sia ben descritto dalla formula  $0.14 E^{-2.7} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \text{ GeV}^{-1}$ , calcolare il flusso in funzione della profondita'.

# Scattering multiplo

- ◆ Coulomb scattering dai nuclei
- ◆ Elettroni: a causa della bassa massa hanno alti angoli di deflessione

# Scattering multiplo

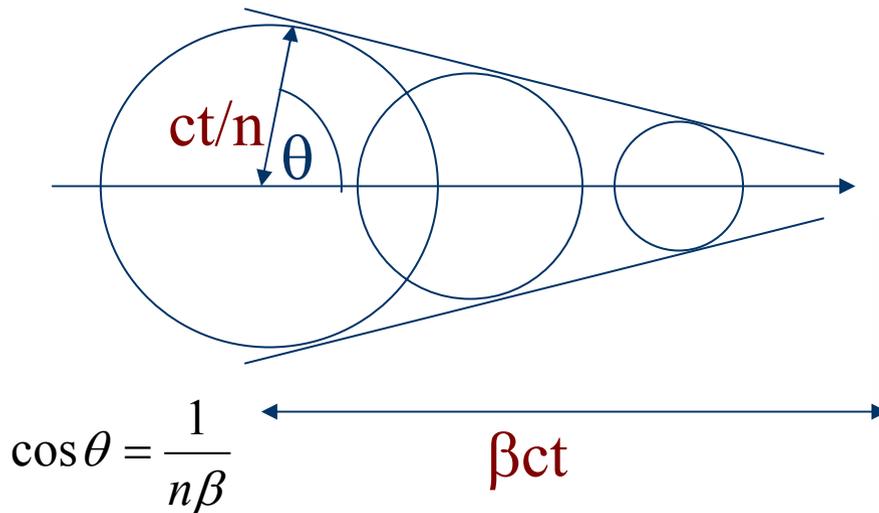
- ◆ Per bassi angoli di deflessione la distribuzione e' Gaussian
- ◆ Per angoli maggiori di qualche  $\theta_0$  ha delle code non gaussiane



$$\theta_0 = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{x / X_0} [1 + 0.038 \ln(x / X_0)]$$

# Radiazione Cherenkov

- Una particella carica irraggia se ha una velocità più grande della luce nel mezzo  $-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^2}{c^2} \int \omega d\omega \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) \sim 1 \text{KeVg}^{-1} \text{cm}^2$



Numero di fotoni emessi

$$\frac{d^2 N}{dE dx} = \frac{\alpha z^2}{\hbar c} \sin^2 \theta_c = \frac{\alpha^2 z^2}{r_e m_e c^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(E)}\right)$$

$$\approx 370 \sin^2 \theta_c(E) \text{ eV}^{-1} \text{ cm}^{-1} \quad (z = 1)$$



# Fotoni

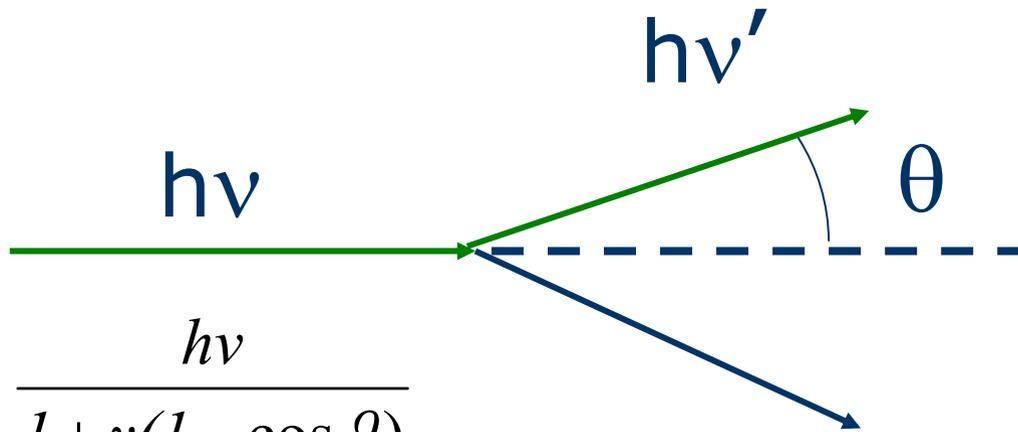
# Fotoni

- ◆ Effetto fotoelettrico
- ◆ Compton Scattering
- ◆ Produzione di coppie
  
- ◆ I fotoni sono piu' penetranti delle particelle cariche
- ◆ Un fascio di fotoni non e' degradato nella sua energia, ma e' solo attenuato d'intensita'

# Effetto fotoelettrico

- ◆ Assorbimento di un fotone da un elettrone atomico:
  - $E_f = h\nu - E_{\text{legame}}$
  - Shell di assorbimento atomico (M, L, K)
  - La sezione d'urto decresce con  $Z^2$  per energie dei fotoni piu' alte del K-edge

# Scattering Compton

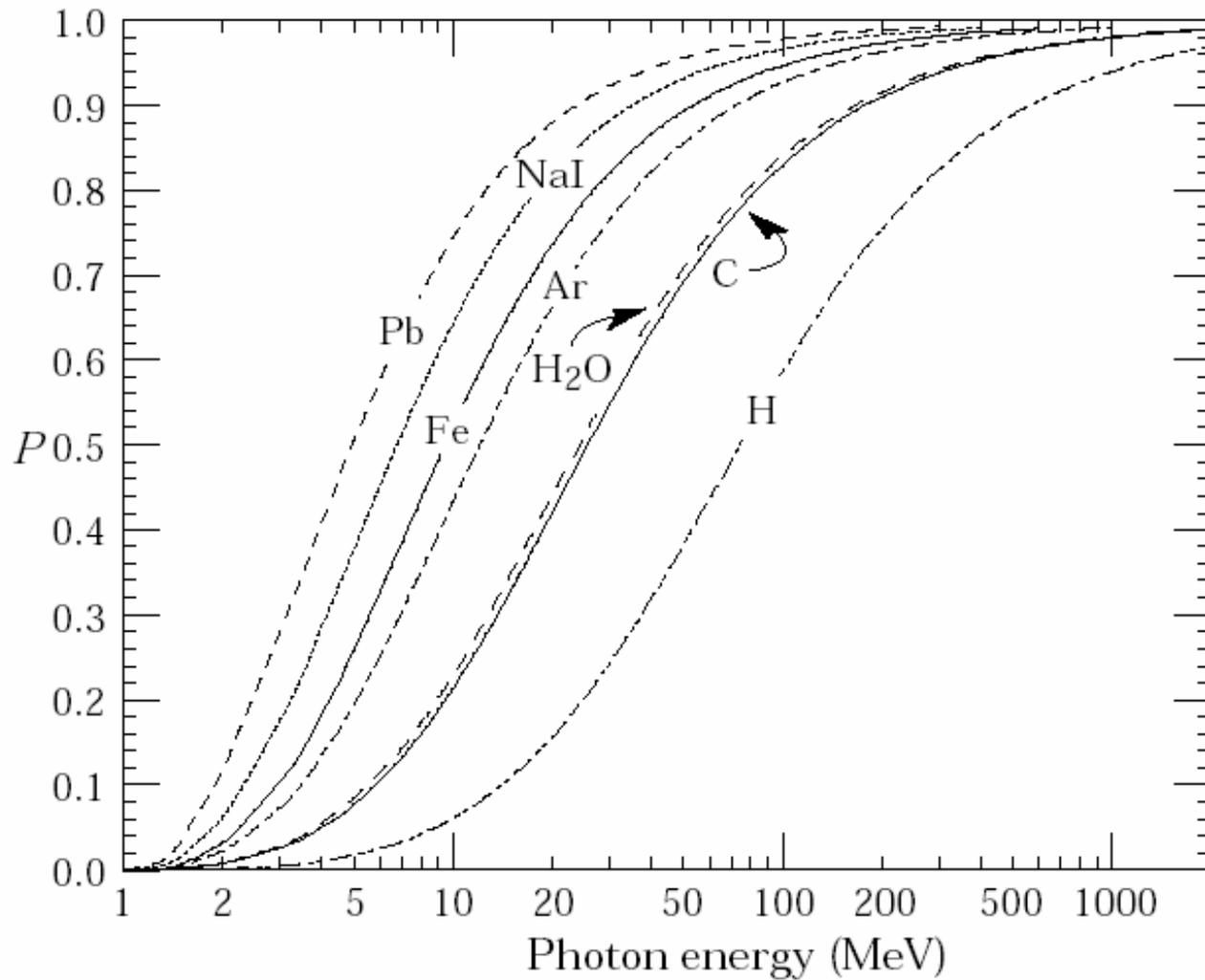


$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \gamma(1 - \cos\theta)}$$

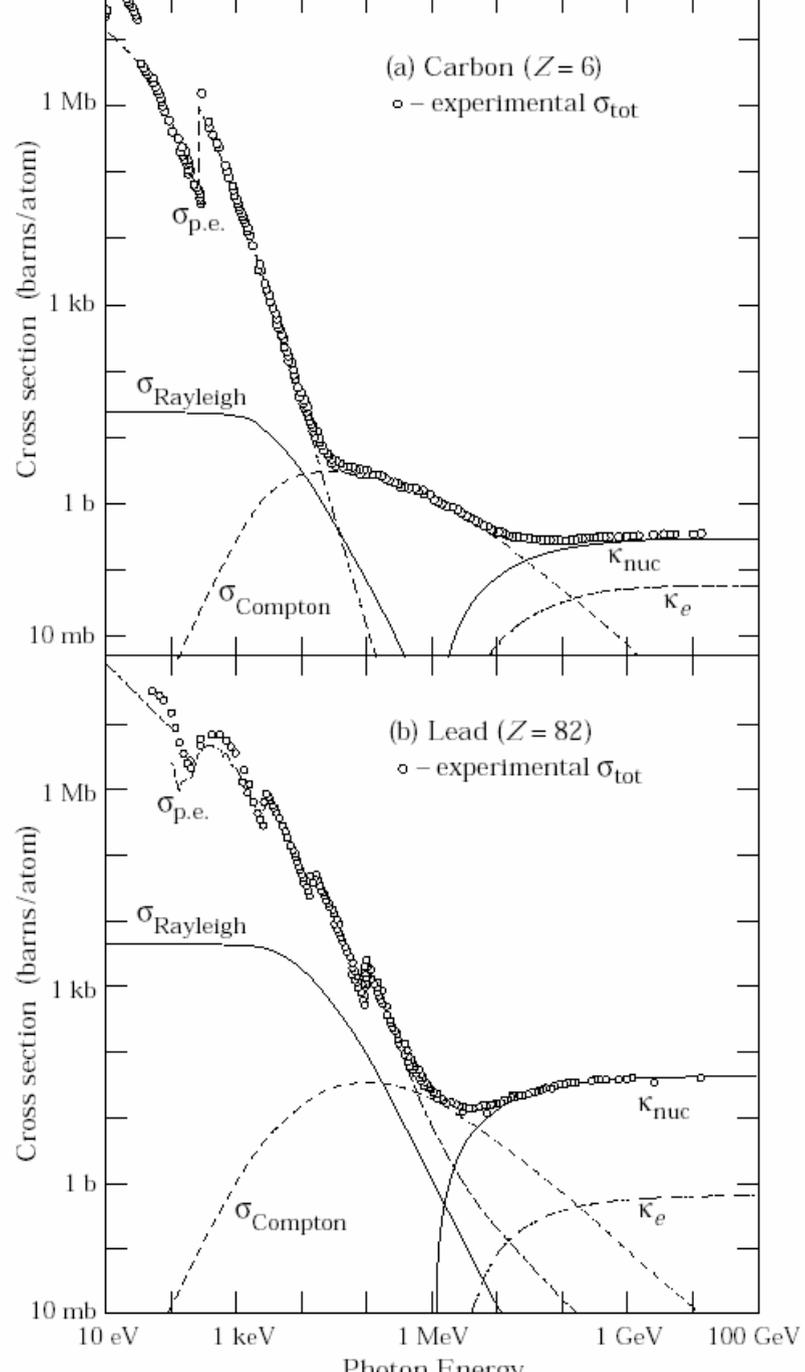
$$h\nu - h\nu' = h\nu \frac{\gamma(1 - \cos\theta)}{1 + \gamma(1 - \cos\theta)}$$

# Produzione di coppie

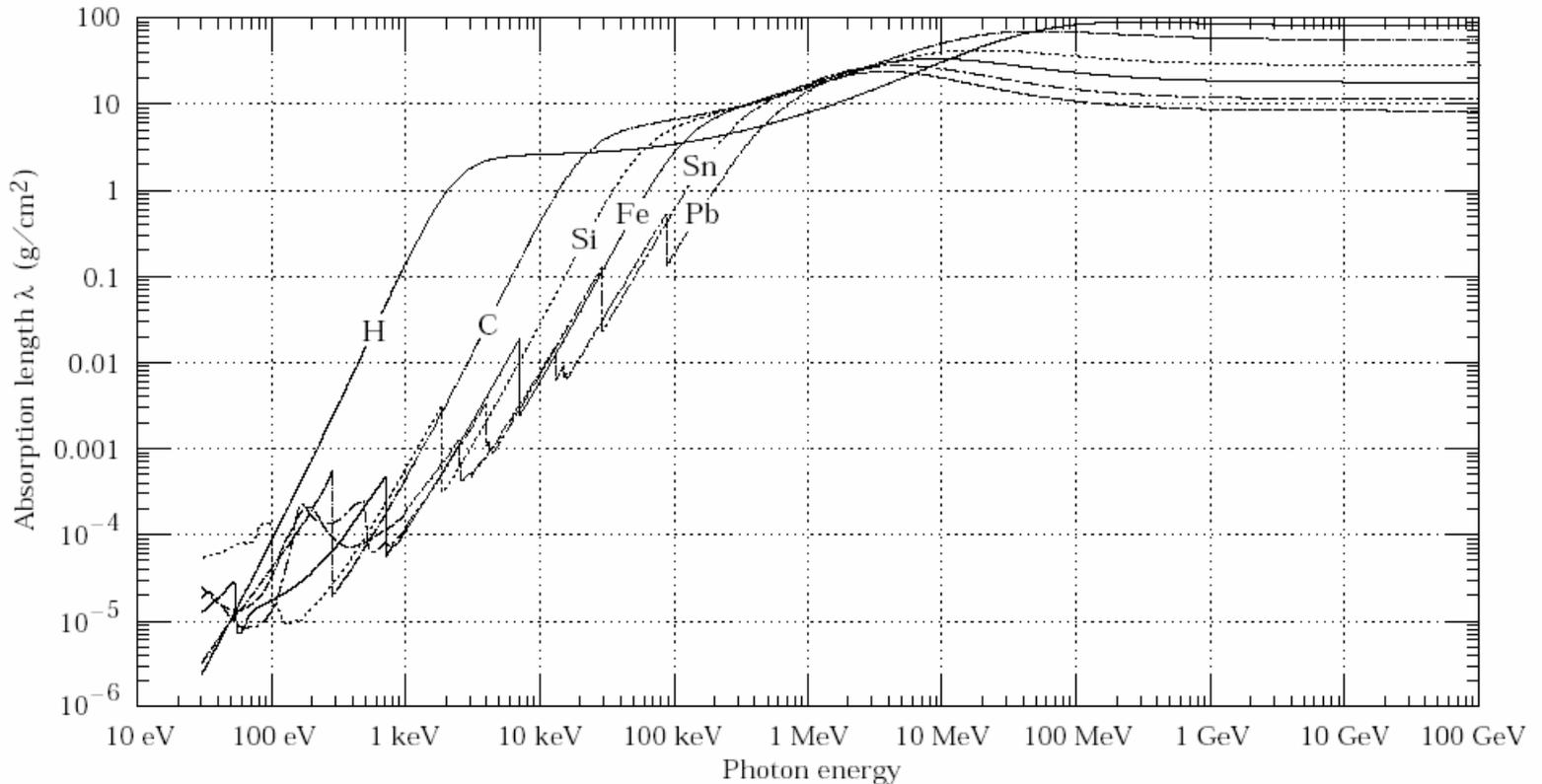
- ◆ Energia minima =  $2m_e = 1.022 \text{ MeV}$
- ◆ Stesso diagramma della bremsstrahlung
- ◆ Sezione d'urto: 
$$\sigma = \frac{7}{9} \frac{A}{X_0 N_A}$$
  - Accurata al % da energie di 1 GeV in su



Probabilità che un fotone interagisca creando una coppia



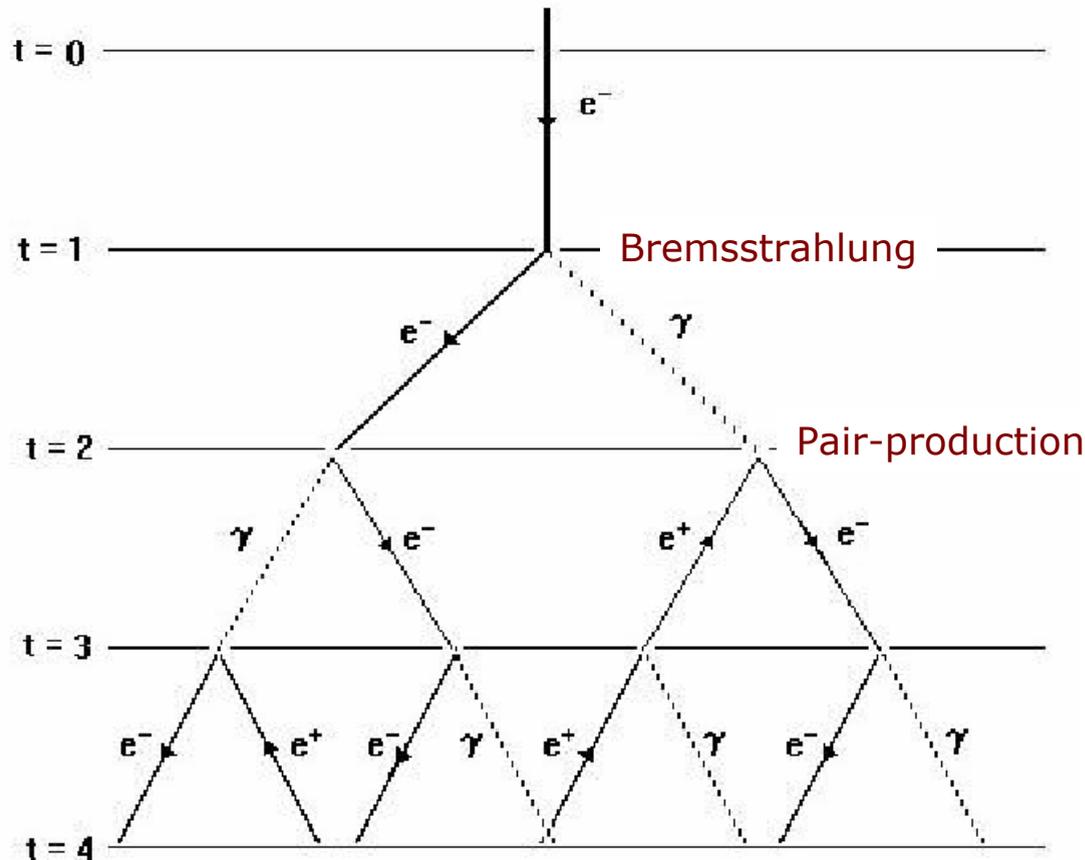
# Absorption length



$$\frac{dI}{dx} = I_0 \frac{N_A \rho}{A} (\sigma_{\text{fotoelettrico}} + \sigma_{\text{Compton}} + \sigma_{\text{coppie}})$$

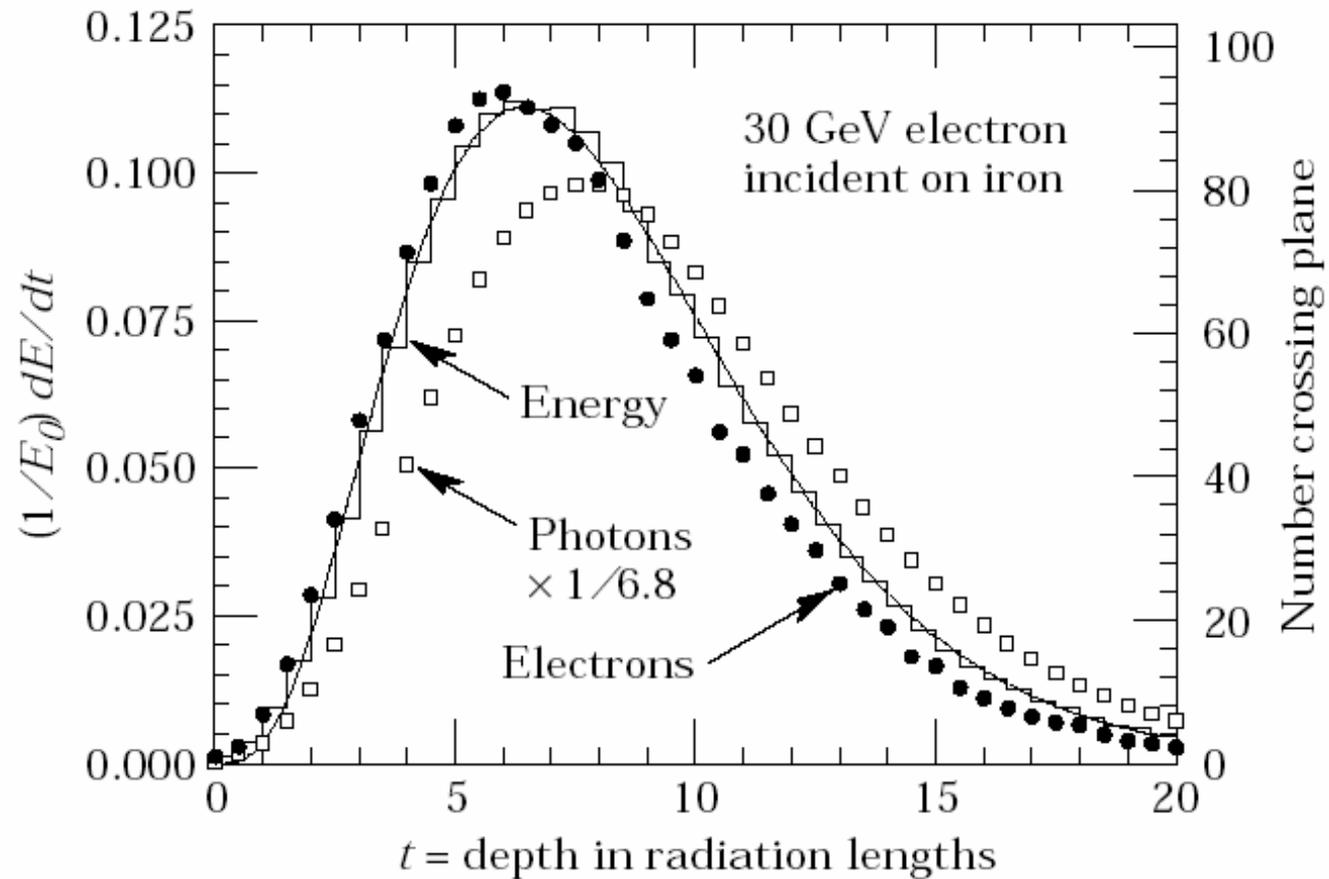
$$I = I_0 \exp(-\mu x)$$

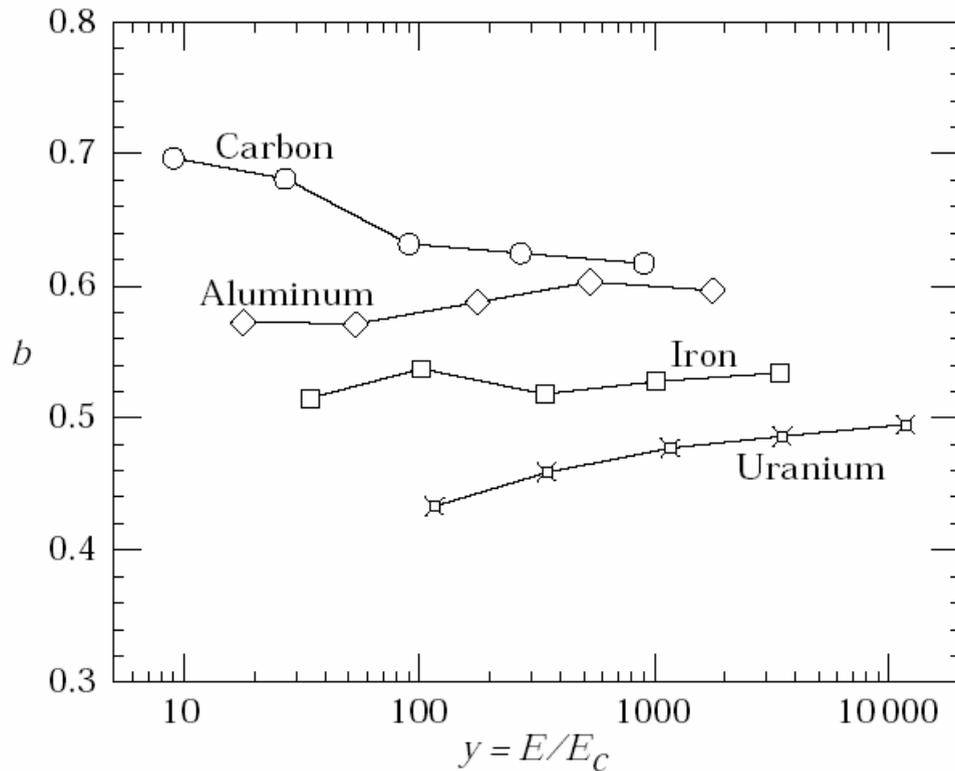
# Sciami elettromagnetici



- ♦ Ad ogni diramazione l'energia si divide in due
- ♦ Energia iniziale  $E_0$
- ♦ Energia al t-esimo ramo:  
 $E(t) = E_0/2^t$
- ♦ I processi avvengono fino a quando l'energia degli elettroni non arriva all'energia critica  $E_c$ .
- ♦  $t_{\max} \sim \ln(E_0/E_c)/\ln 2$
- ♦ La distribuzione segue un andamento del tipo

$$\frac{dE}{dt} = E_0 b \frac{(bt)^{a-1} e^{-bt}}{\Gamma(a)}$$





Lunghezza dello sciame =  $X_0 / b$

Larghezza dello sciame (Raggio di Moliere)

$$R_M \sim X_0 \cdot 21 \text{ MeV} / E_c$$

Meno del 10% dell'energia dello sciame e' al di fuori di un cilindro di un raggio di Moliere

Il 99% dell'energia e' contenuta entro  $3.5 R_M$

# Neutroni

## ◆ Interazioni nucleari:

- Scattering elastico su nuclei  $A(n,n)A$  principale meccanismo di perdita di energia nella regione del MeV
- Scattering inelastico su nuclei  $A(n,n')A^*$ ,  $A(n,2n')B$  etc.  $E > 1$  MeV
- Cattura radiativa  $n+(Z,A) \rightarrow g+(Z,A+1)$  sezione d'urto  $\sim 1/v$
- Altre reazioni nucleari  $(n,p)$ ,  $(n,d)$  ecc. Nella regione tra l'eV ed il KeV.
- Fissione. Energie termiche 1/40 eV
- Produzione di sciami adronici.  $E > 100$  MeV