

# Sistema Elo

- Introdotto da Arpad Elo, fisico di origine ungherese
  - Scala basata sul sistema di Kenneth Harkness
  - Introdotto negli USA negli anni '60
  - Adottato dagli altri paesi e dalla FIDE
  - Usato anche in altri giochi e sport
- Basi matematiche
  - Contesto statistico delle “coppie comparabili” (*paired comparison*)
- “Glicko”: versione più complessa sviluppata da Mark Glickman
  - Usato dalla USCF e in molti server online



# Come funziona

- Due giocatori hanno punteggi iniziali, A e B.
  - Differenza  $D=A-B$
- Dalla differenza D si calcola la probabilità di vittoria, p
  - La funzione  $p=f(D)$  dipende dal modello statistico
  - Inizialmente f era una sigmoide (modello di Thurstone-Mosteller)
  - Oggi si usa una funzione logistica (modello di Bradley-Terry)
  - Numericamente la differenza è molto piccola
- $D=0$   $p=50\%$ ;  $D=150$ ,  $p\sim 70\%$
- $f(-D)=1-p$

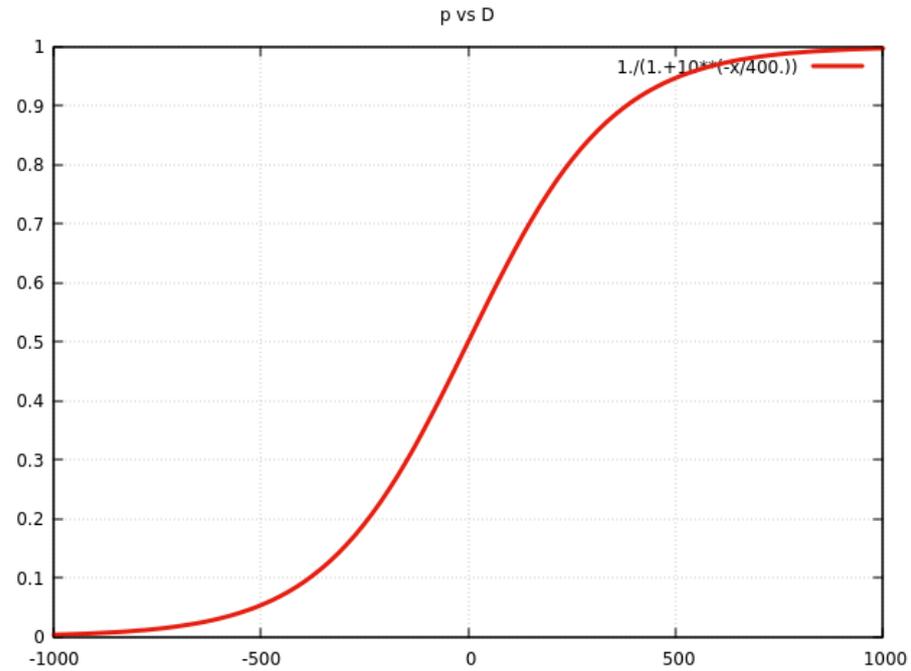
# Come funziona

- La formula per  $p=f(D)$  è:

$$p = \frac{1}{1 + 10^{\frac{-D}{400}}}$$

$p$	$d_p$
1.00	+800
0.99	+677
0.9	+366
0.8	+240
0.7	+149
0.6	+72
0.5	0
0.4	-72
0.3	-149
0.2	-240
0.1	-366
0.01	-677
0.00	-800

$$p=f(D)$$



# Come funziona

- Se  $p$  è la probabilità di vittoria,  $N$  il numero di partite, i punti attesi sono
  - $P = p * N$
- Esempio: Tizio, 1800 punti, gioca una partita contro Caio, 2040 punti
  - $N=1, D=240$
  - $p=0.8$  (80%),  $P = p * 1 = 0.8$  (per Caio);  $P=0.2$  (per Tizio)

# Come funziona

- Si confrontano i punti fatti  $F$  con i punti attesi  $P$ 
  - Se la differenza è positiva, il giocatore guadagna punti
  - Se la differenza è negativa, il giocatore perde punti
  - Se la differenza è zero, il punteggio del giocatore rimane invariato
- Per la variazione di punteggio si usa una formula lineare
  - $Var. = K*(F-P)$
  - In genere  $K=32$  (sotto a 2100),  $K=24$  (tra 2100 e 2400),  $K=16$  (sopra a 2400).
  - Nei server online in genere  $K=32$

# Come funziona

- Nell' esempio precedente, supponiamo che Tizio vinca la sua partita contro Caio
  - Ogni vittoria conta 1 punto, ogni patta  $\frac{1}{2}$  punto, ogni sconfitta 0 punti
  - Per Tizio:  $F=1$ ,  $P=0.2$
  - Per Caio:  $F=0$ ,  $P=0.8$
  - Variazione per Tizio:  $32*(1-0.2)= +25.6 \sim 26$
  - Variazione per Caio:  $32*(0-0.8)= -25.6 \sim -26$
  - Dopo la partita: punteggio di Tizio =  $1800+26 = 1826$ : punteggio di Caio =  $2040-26 = 2014$

# Come funziona

- Nell' esempio precedente, supponiamo che Tizio e Caio giochino altre partite
  - Caio vince la seconda, la terza, la quarta, patta la quinta, e vince la sesta
  - Il risultato del match è 4.5-1.5 per Caio
- Ora si ha  $N=6$ ,  $F=4.5$  (Caio);  $F=1.5$  (Tizio)
- $P=6*0.2=1.5$  (Tizio);  $P=6*0.8=4.8$  (Caio)
- Variazioni:  $32*(4.5-4.8)=-9.6\sim-10$  (Per Caio);  $32*(1.5-1.2)=9.6\sim10$  (per Tizio)
- Punteggi finali: Tizio 1810, Caio 2030

# Concetto di “Performance”

- Esiste un valore di  $D$  per il quale  $P=F$
- Tizio ha fatto 1.5 su 6 pari al 25% dei punti
  - Si è comportato come un giocatore la cui probabilità di vittoria è 0.25
  - Qual è il punteggio di questo ipotetico giocatore?
  - Si inverte la formula  $p=f(D)$  e si trova la  $D$  corrispondente
  - Si trova  $D=-191$
  - Il punteggio di Caio  $-191 = 2040-191= 1849$ . Questa è la Performance di Tizio
  - Calcolo analogo per Caio: la sua performance è  $1800+191 = 1991$

# Concetto di “Performance”

- La performance dipende solo dal risultato e dai punteggi degli avversari
  - Non dipende dal punteggio del giocatore !
- La formula dell' aggiornamento del punteggio (con il  $K$  ) è in pratica una media pesata tra il punteggio iniziale e la performance (linearizzata)
- L' idea di base è che il punteggio dovrebbe essere basato su un numero fissato di partite
- Il fattore  $K$  dipende da questo numero ( $N \sim 800/K$ )
  - Con  $K=32$ ,  $N=25$ ;  $K=8$ ,  $N=100$
  - Con  $K$  grande si pesano di più le ultime partite, con  $K$  piccolo si pesano di più i risultati vecchi
  - In teoria, dopo  $N$  ( $= 800/K$ ) partite il punteggio è quasi resettato

# Concetto di “Performance”

- Problema: la formula usata non funziona quando si fa il 100% dei punti oppure 0
  - La performance sarebbe infinita (o meno infinito)
  - Raro in un torneo, ma molto probabile in una singola partita (il risultato è 0,  $\frac{1}{2}$  oppure 1)
- In pratica si taglia la differenza di punteggio a +- 400
  - Sulla singola partita, se  $A$  è il punteggio dell' avversario, la performance è  $A+400$  in caso di vittoria,  $A-400$  in caso di sconfitta,  $A$  in caso di patta
  - Su  $N$  partite si fa la media delle singole performance

# Performance

- In pratica si usa la seguente formula:

$$PR = AM + 400 \frac{V - S}{N}$$

$PR$  = Performance Rating,  $AM$  = media dei punteggi degli avversari,  
 $V$  = numero di vittorie,  $S$  = numero di sconfitte,  $N$  = numero di partite  
giocate

# Formule approssimate

- Spesso si usano formule approssimate linearizzate
  - Funzionano bene se il numero di partite è piccolo
- La  $p=f(D)$  è linearizzata e tagliata a  $D=400$
- Con  $K=32$ , per una singola partita la formula è:

$$\text{Var.} = D/25 + 16 * R$$

dove R (risultato) è +1 in caso di vittoria, 1 in caso di sconfitta, 0 in caso di patta.

- Se  $D > 400$  (o  $D < -400$ ), si mette  $D = 400$  (o  $D = -400$ )
- Se  $D = 400$  si guadagnano 32 punti in caso di vittoria, 16 in caso di patta, 0 in caso di sconfitta
- Questa formula è usata in molti server online, dove si gioca una partita alla volta

# Punteggio di ingresso

- Performance calcolata sulle prime 24 partite, durante le quali il punteggio è provvisorio
  - USCF
- Punteggio di ingresso fisso: 1200, 1400 oppure 1500
  - In alcuni server online (es. playok)
- Media Elo degli avversari + correzione in base ai risultati
  - FIDE, dipende dal tipo di torneo

# Inflazione e deflazione

- Il sistema Elo è deflattivo
- Quando una guadagna punti, li toglie agli avversari
  - Quando uno perde punti, li cede agli avversari
- Tipicamente un giocatore entra come principiante (Elo basso), migliora, aumenta il proprio Elo, e a un certo punto si ritira ed esce dal sistema
  - Nella media globale entrano punteggi bassi, escono punteggi alti
  - La media diminuisce
- Evidenza di effetti inflattivi al vertice della classifica
  - Possibile causa: “rating floors”

# Elo FIDE

- La FIDE use i seguenti fattori K:
  - $K = 40$  per gli esordienti per le prime 30 partite
  - $K = 20$  per i giocatori sotto a 2400 punti
  - $K = 10$  sopra a 2400 (permanente)
- Fino al 2014 i valori erano  $K = 30, 15, 10$ 
  - Prima ancora erano 25, 15, 10
- Altre regole legate all'età, numero di partite, tipo di torneo, ecc.