

Testo n. 0 - Cognome e Nome:

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA  
INGEGNERIA GESTIONALE E INGEGNERIA CHIMICA: CORSO DI FISICA GENERALE II  
Prova n. 1 - 11/01/2018

*Negli esercizi seguenti le coordinate polari sferiche vengono indicate con i simboli  $r, \theta, \phi$ , dove  $r$  è la distanza dall'origine  $O$ ,  $\theta$  è l'angolo polare (colatitudine) e  $\phi$  è l'azimut; le coordinate cilindriche vengono indicate con i simboli  $\rho, \phi, z$ , dove  $\rho$  è la distanza dall'asse polare,  $\phi$  è l'azimut e  $z$  è la quota; le coordinate cartesiane vengono indicate con i simboli  $x, y, z$ . Quando più tipi di coordinate sono usati nello stesso esercizio, salvo avviso contrario i diversi sistemi sono associati nel modo usuale: origini coincidenti, assi polari coincidenti tra loro e coincidenti con l'asse  $z$ , origine degli azimut coincidente con il semiasse  $x > 0$ , ecc.*

1) Una carica elettrica positiva  $Q = 1.76 \text{ pC}$  è distribuita su un anello piatto isolante avente raggio interno  $r_i = 1.33 \text{ mm}$  e raggio esterno  $r_e = 2.57 \text{ mm}$ . La densità di carica superficiale è data dalla legge  $\sigma(r) = \frac{a}{r^3}$ , dove  $r$  è la distanza dal centro dell'anello. Si determini l'espressione del potenziale, in volt, al centro dell'anello.

A  0    B  1.82    C  3.62    D  5.42    E  7.22    F  9.02

2) Si consideri un condensatore a facce piane e parallele le cui armature aventi superficie  $S = 10.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  possono scorrere senza attrito lungo una guida in direzione ortogonale alle facce stesse e sono collegate da una molla di costante elastica  $k = 10.2 \text{ N/m}$ . Quando il condensatore è scarico la molla assume la lunghezza di riposo  $l_0 = 1.80 \times 10^{-3} \text{ m}$ . Gli effetti di bordo sono trascurabili. Si deposita la carica elettrica  $\pm Q$  sulle due facce, con  $Q = 10.5 \text{ nC}$ . Determinare la capacità, in picofarad, del sistema.

A  0    B  2.04    C  3.84    D  5.64    E  7.44    F  9.24

3) Sono date una carica elettrica puntiforme  $q = 1.72 \text{ nC}$  ed una sfera conduttrice di raggio  $r_0 = 1.88 \text{ mm}$  collegata a terra (di conseguenza, a potenziale nullo). La distanza tra il centro della sfera e la carica  $q$  è  $d = 10.7 \text{ mm}$ . È noto che questo problema può essere studiato utilizzando il *metodo delle cariche immagine*: nello spazio nel quale si trova la carica  $q$ , il potenziale elettrostatico è dato dalla somma del potenziale della carica  $q$  e di una carica *immagine*  $q'$  collocata in un punto interno al volume occupato dalla sfera conduttrice sul segmento che congiunge il centro della sfera con il punto nel quale si trova la carica  $q$ . Determinare la distanza, in mm, alla quale la carica *immagine*  $q'$  deve essere collocata dal centro della sfera conduttrice.

A  0    B  0.150    C  0.330    D  0.510    E  0.690    F  0.870

4) Un cilindro di raggio  $a = 10.1 \text{ cm}$  e altezza  $h = 99.3 \text{ cm}$  (si noti  $a \ll h$ ) contiene un gas di particelle (carica  $q = 1.621 \times 10^{-19} \text{ C}$  e massa  $m = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) con densità media  $n = 1.50 \times 10^6 \text{ particelle/m}^3$ . A  $t = 0$  viene acceso un campo magnetico uniforme  $\vec{B}(t)$  parallelo all'asse del cilindro, che raggiunge al tempo  $t_0 = 1.70 \text{ secondi}$  il valore  $B_0 = 1.02 \text{ tesla}$ . Calcolare, al tempo  $t_0$  la densità superficiale media di corrente, in microampere/ $\text{m}^2$  nella direzione azimutale generata dal moto delle particelle cariche (si trascuri il moto radiale) alla distanza  $r = \frac{a}{2}$  dall'asse del cilindro (assunto come asse di simmetria del sistema).

A  0    B  0.247    C  0.427    D  0.607    E  0.787    F  0.967

5) Un conduttore cilindrico neutro di raggio  $r = 1.97 \text{ cm}$  e altezza  $h = 0.0554 \text{ cm}$  (si noti  $h \ll a$ ) è immerso in un campo elettrico esterno uniforme  $E_0 = 1.28 \times 10^3 \text{ V/m}$  perpendicolare alle basi. La resistività del materiale conduttore è  $\rho = 1.89 \times 10^{-8} \text{ ohm}\cdot\text{m}$ . Gli effetti di bordo sono trascurabili. All'istante  $t = 0$  il campo elettrico esterno viene rimosso istantaneamente. Calcolare a quale istante, in  $\text{s} \times 10^{-20}$ , la densità superficiale di carica presente inizialmente sulle basi del cilindro si è ridotta alla metà.

A  0    B  11.6    C  29.6    D  47.6    E  65.6    F  83.6

Testo n. 0

Università degli Studi di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale  
Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale e Ingegneria Chimica  
**Fisica Generale II**  
Appello 1 - 11/01/2018

**PROBLEMA I**

Due sfere indeformabili di uguale raggio  $R$ , aventi massa  $M$  e cariche elettriche  $\pm Q$  uniformemente distribuite nel proprio volume, si attraggono da ferme e da distanza infinita.

Determinare:

- 1) l'energia iniziale del sistema;
- 2) La velocità delle sfere quando si toccano (cioè quando la distanza tra i centri è  $d = 2R$ ).

Dopo il contatto, le due sfere continuano a muoversi compenetrandosi senza attrito.

Determinare:

- 3) il campo elettrico nella regione di sovrapposizione delle sfere in funzione della distanza  $d$  ( $< 2R$ ) tra i centri delle sfere;
- 4) la velocità delle sfere quando i centri si sovrappongono ( $d = 0$ ).

**PROBLEMA II**

Una spira metallica quadrata di lato  $a$  e resistenza  $R$  viene mantenuta a velocità costante  $V$  diretta lungo l'asse  $x$ . Nella regione  $x > 0$  è presente un campo magnetico  $\mathbf{B}$  uniforme ortogonale al piano della spira. Sia  $x$  la posizione del lato destro della spira. Per  $0 < x < a$ , ed in condizioni stazionarie, determinare:

- 1) la corrente  $I$  che circola nella spira (intensità e verso);
- 2) la potenza dissipata nella spira per effetto Joule;
- 3) la forza meccanica necessaria per mantenere la spira a velocità costante e la potenza sviluppata da tale forza; si discuta la conservazione dell'energia.

Si considerino ora le fasi di ingresso del lato destro ( $x = 0, t = 0$ ) e del lato sinistro ( $x = a, t = a/V$ ) della spira nella regione del campo magnetico:

- 4) nella ipotesi che la spira abbia un coefficiente di autoinduzione  $L$ , si calcoli l'andamento temporale di  $I(t)$  per  $t > 0$  e  $t > a/V$  e il tempo caratteristico nel quale la corrente va a regime.

Testo n. 1 - Cognome e Nome:

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA  
INGEGNERIA GESTIONALE E INGEGNERIA CHIMICA: CORSO DI FISICA GENERALE II  
Prova n. 1 - 11/01/2018

*Negli esercizi seguenti le coordinate polari sferiche vengono indicate con i simboli  $r, \theta, \phi$ , dove  $r$  è la distanza dall'origine  $O$ ,  $\theta$  è l'angolo polare (colatitudine) e  $\phi$  è l'azimut; le coordinate cilindriche vengono indicate con i simboli  $\rho, \phi, z$ , dove  $\rho$  è la distanza dall'asse polare,  $\phi$  è l'azimut e  $z$  è la quota; le coordinate cartesiane vengono indicate con i simboli  $x, y, z$ . Quando più tipi di coordinate sono usati nello stesso esercizio, salvo avviso contrario i diversi sistemi sono associati nel modo usuale: origini coincidenti, assi polari coincidenti tra loro e coincidenti con l'asse  $z$ , origine degli azimut coincidente con il semiasse  $x > 0$ , ecc.*

1) Una carica elettrica positiva  $Q = 1.41 \text{ pC}$  è distribuita su un anello piatto isolante avente raggio interno  $r_i = 1.97 \text{ mm}$  e raggio esterno  $r_e = 2.21 \text{ mm}$ . La densità di carica superficiale è data dalla legge  $\sigma(r) = \frac{a}{r^3}$ , dove  $r$  è la distanza dal centro dell'anello. Si determini l'espressione del potenziale, in volt, al centro dell'anello.

A  0    B  2.48    C  4.28    D  6.08    E  7.88    F  9.68

2) Si consideri un condensatore a facce piane e parallele le cui armature aventi superficie  $S = 10.4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  possono scorrere senza attrito lungo una guida in direzione ortogonale alle facce stesse e sono collegate da una molla di costante elastica  $k = 10.1 \text{ N/m}$ . Quando il condensatore è scarico la molla assume la lunghezza di riposo  $l_0 = 1.79 \times 10^{-3} \text{ m}$ . Gli effetti di bordo sono trascurabili. Si deposita la carica elettrica  $\pm Q$  sulle due facce, con  $Q = 10.1 \text{ nC}$ . Determinare la capacità, in picofarad, del sistema.

A  0    B  2.02    C  3.82    D  5.62    E  7.42    F  9.22

3) Sono date una carica elettrica puntiforme  $q = 1.69 \text{ nC}$  ed una sfera conduttrice di raggio  $r_0 = 1.62 \text{ mm}$  collegata a terra (di conseguenza, a potenziale nullo). La distanza tra il centro della sfera e la carica  $q$  è  $d = 11.4 \text{ mm}$ . È noto che questo problema può essere studiato utilizzando il *metodo delle cariche immagine*: nello spazio nel quale si trova la carica  $q$ , il potenziale elettrostatico è dato dalla somma del potenziale della carica  $q$  e di una carica *immagine*  $q'$  collocata in un punto interno al volume occupato dalla sfera conduttrice sul segmento che congiunge il centro della sfera con il punto nel quale si trova la carica  $q$ . Determinare la distanza, in mm, alla quale la carica *immagine*  $q'$  deve essere collocata dal centro della sfera conduttrice.

A  0    B  0.230    C  0.410    D  0.590    E  0.770    F  0.950

4) Un cilindro di raggio  $a = 13.6 \text{ cm}$  e altezza  $h = 97.8 \text{ cm}$  (si noti  $a \ll h$ ) contiene un gas di particelle (carica  $q = 1.621 \times 10^{-19} \text{ C}$  e massa  $m = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) con densità media  $n = 1.43 \times 10^6 \text{ particelle/m}^3$ . A  $t = 0$  viene acceso un campo magnetico uniforme  $\vec{B}(t)$  parallelo all'asse del cilindro, che raggiunge al tempo  $t_0 = 1.06$  secondi il valore  $B_0 = 1.35$  tesla. Calcolare, al tempo  $t_0$  la densità superficiale media di corrente, in microampere/ $\text{m}^2$  nella direzione azimutale generata dal moto delle particelle cariche (si trascuri il moto radiale) alla distanza  $r = \frac{a}{2}$  dall'asse del cilindro (assunto come asse di simmetria del sistema).

A  0    B  1.03    C  2.83    D  4.63    E  6.43    F  8.23

5) Un conduttore cilindrico neutro di raggio  $r = 1.44 \text{ cm}$  e altezza  $h = 0.0605 \text{ cm}$  (si noti  $h \ll a$ ) è immerso in un campo elettrico esterno uniforme  $E_0 = 1.33 \times 10^3 \text{ V/m}$  perpendicolare alle basi. La resistività del materiale conduttore è  $\rho = 1.98 \times 10^{-8} \text{ ohm}\cdot\text{m}$ . Gli effetti di bordo sono trascurabili. All'istante  $t = 0$  il campo elettrico esterno viene rimosso istantaneamente. Calcolare a quale istante, in  $\text{s} \times 10^{-20}$ , la densità superficiale di carica presente inizialmente sulle basi del cilindro si è ridotta alla metà.

A  0    B  12.2    C  30.2    D  48.2    E  66.2    F  84.2

Testo n. 1

Università degli Studi di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale  
Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale e Ingegneria Chimica  
**Fisica Generale II**  
Appello 1 - 11/01/2018

**PROBLEMA I**

Due sfere indeformabili di uguale raggio  $R$ , aventi massa  $M$  e cariche elettriche  $\pm Q$  uniformemente distribuite nel proprio volume, si attraggono da ferme e da distanza infinita.

Determinare:

- 1) l'energia iniziale del sistema;
- 2) La velocità delle sfere quando si toccano (cioè quando la distanza tra i centri è  $d = 2R$ ).

Dopo il contatto, le due sfere continuano a muoversi compenetrandosi senza attrito.

Determinare:

- 3) il campo elettrico nella regione di sovrapposizione delle sfere in funzione della distanza  $d$  ( $< 2R$ ) tra i centri delle sfere;
- 4) la velocità delle sfere quando i centri si sovrappongono ( $d = 0$ ).

**PROBLEMA II**

Una spira metallica quadrata di lato  $a$  e resistenza  $R$  viene mantenuta a velocità costante  $V$  diretta lungo l'asse  $x$ . Nella regione  $x > 0$  è presente un campo magnetico  $\mathbf{B}$  uniforme ortogonale al piano della spira. Sia  $x$  la posizione del lato destro della spira. Per  $0 < x < a$ , ed in condizioni stazionarie, determinare:

- 1) la corrente  $I$  che circola nella spira (intensità e verso);
- 2) la potenza dissipata nella spira per effetto Joule;
- 3) la forza meccanica necessaria per mantenere la spira a velocità costante e la potenza sviluppata da tale forza; si discuta la conservazione dell'energia.

Si considerino ora le fasi di ingresso del lato destro ( $x = 0, t = 0$ ) e del lato sinistro ( $x = a, t = a/V$ ) della spira nella regione del campo magnetico:

- 4) nella ipotesi che la spira abbia un coefficiente di autoinduzione  $L$ , si calcoli l'andamento temporale di  $I(t)$  per  $t > 0$  e  $t > a/V$  e il tempo caratteristico nel quale la corrente va a regime.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA  
INGEGNERIA GESTIONALE E INGEGNERIA CHIMICA: CORSO DI FISICA GENERALE II  
Prova n. 1 - 11/01/2018

*Negli esercizi seguenti le coordinate polari sferiche vengono indicate con i simboli  $r, \theta, \phi$ , dove  $r$  è la distanza dall'origine  $O$ ,  $\theta$  è l'angolo polare (colatitudine) e  $\phi$  è l'azimut; le coordinate cilindriche vengono indicate con i simboli  $\rho, \phi, z$ , dove  $\rho$  è la distanza dall'asse polare,  $\phi$  è l'azimut e  $z$  è la quota; le coordinate cartesiane vengono indicate con i simboli  $x, y, z$ . Quando più tipi di coordinate sono usati nello stesso esercizio, salvo avviso contrario i diversi sistemi sono associati nel modo usuale: origini coincidenti, assi polari coincidenti tra loro e coincidenti con l'asse  $z$ , origine degli azimut coincidente con il semiasse  $x > 0$ , ecc.*

1) Una carica elettrica positiva  $Q = 1.93 \text{ pC}$  è distribuita su un anello piatto isolante avente raggio interno  $r_i = 1.21 \text{ mm}$  e raggio esterno  $r_e = 2.35 \text{ mm}$ . La densità di carica superficiale è data dalla legge  $\sigma(r) = \frac{a}{r^3}$ , dove  $r$  è la distanza dal centro dell'anello. Si determini l'espressione del potenziale, in volt, al centro dell'anello.

- A  0    B  10.9    C  28.9    D  46.9    E  64.9    F  82.9

2) Si consideri un condensatore a facce piane e parallele le cui armature aventi superficie  $S = 10.9 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  possono scorrere senza attrito lungo una guida in direzione ortogonale alle facce stesse e sono collegate da una molla di costante elastica  $k = 10.1 \text{ N/m}$ . Quando il condensatore è scarico la molla assume la lunghezza di riposo  $l_0 = 1.79 \times 10^{-3} \text{ m}$ . Gli effetti di bordo sono trascurabili. Si deposita la carica elettrica  $\pm Q$  sulle due facce, con  $Q = 10.6 \text{ nC}$ . Determinare la capacità, in picofarad, del sistema.

- A  0    B  2.55    C  4.35    D  6.15    E  7.95    F  9.75

3) Sono date una carica elettrica puntiforme  $q = 1.17 \text{ nC}$  ed una sfera conduttrice di raggio  $r_0 = 1.82 \text{ mm}$  collegata a terra (di conseguenza, a potenziale nullo). La distanza tra il centro della sfera e la carica  $q$  è  $d = 11.5 \text{ mm}$ . È noto che questo problema può essere studiato utilizzando il *metodo delle cariche immagine*: nello spazio nel quale si trova la carica  $q$ , il potenziale elettrostatico è dato dalla somma del potenziale della carica  $q$  e di una carica *immagine*  $q'$  collocata in un punto interno al volume occupato dalla sfera conduttrice sul segmento che congiunge il centro della sfera con il punto nel quale si trova la carica  $q$ . Determinare la distanza, in mm, alla quale la carica *immagine*  $q'$  deve essere collocata dal centro della sfera conduttrice.

- A  0    B  0.108    C  0.288    D  0.468    E  0.648    F  0.828

4) Un cilindro di raggio  $a = 12.2 \text{ cm}$  e altezza  $h = 97.1 \text{ cm}$  (si noti  $a \ll h$ ) contiene un gas di particelle (carica  $q = 1.621 \times 10^{-19} \text{ C}$  e massa  $m = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) con densità media  $n = 1.16 \times 10^6 \text{ particelle/m}^3$ . A  $t = 0$  viene acceso un campo magnetico uniforme  $\vec{B}(t)$  parallelo all'asse del cilindro, che raggiunge al tempo  $t_0 = 1.42 \text{ secondi}$  il valore  $B_0 = 1.92 \text{ tesla}$ . Calcolare, al tempo  $t_0$  la densità superficiale media di corrente, in microampere/ $\text{m}^2$  nella direzione azimutale generata dal moto delle particelle cariche (si trascuri il moto radiale) alla distanza  $r = \frac{a}{2}$  dall'asse del cilindro (assunto come asse di simmetria del sistema).

- A  0    B  1.07    C  2.87    D  4.67    E  6.47    F  8.27

5) Un conduttore cilindrico neutro di raggio  $r = 1.60 \text{ cm}$  e altezza  $h = 0.0768 \text{ cm}$  (si noti  $h \ll a$ ) è immerso in un campo elettrico esterno uniforme  $E_0 = 1.84 \times 10^3 \text{ V/m}$  perpendicolare alle basi. La resistività del materiale conduttore è  $\rho = 1.72 \times 10^{-8} \text{ ohm}\cdot\text{m}$ . Gli effetti di bordo sono trascurabili. All'istante  $t = 0$  il campo elettrico esterno viene rimosso istantaneamente. Calcolare a quale istante, in  $\text{s} \times 10^{-20}$ , la densità superficiale di carica presente inizialmente sulle basi del cilindro si è ridotta alla metà.

- A  0    B  10.6    C  28.6    D  46.6    E  64.6    F  82.6

Università degli Studi di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale  
Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale e Ingegneria Chimica  
**Fisica Generale II**  
Appello 1 - 11/01/2018

**PROBLEMA I**

Due sfere indeformabili di uguale raggio  $R$ , aventi massa  $M$  e cariche elettriche  $\pm Q$  uniformemente distribuite nel proprio volume, si attraggono da ferme e da distanza infinita.

Determinare:

- 1) l'energia iniziale del sistema;
- 2) La velocità delle sfere quando si toccano (cioè quando la distanza tra i centri è  $d = 2R$ ).

Dopo il contatto, le due sfere continuano a muoversi compenetrandosi senza attrito.

Determinare:

- 3) il campo elettrico nella regione di sovrapposizione delle sfere in funzione della distanza  $d$  ( $< 2R$ ) tra i centri delle sfere;
- 4) la velocità delle sfere quando i centri si sovrappongono ( $d = 0$ ).

**PROBLEMA II**

Una spira metallica quadrata di lato  $a$  e resistenza  $R$  viene mantenuta a velocità costante  $V$  diretta lungo l'asse  $x$ . Nella regione  $x > 0$  è presente un campo magnetico  $\mathbf{B}$  uniforme ortogonale al piano della spira. Sia  $x$  la posizione del lato destro della spira. Per  $0 < x < a$ , ed in condizioni stazionarie, determinare:

- 1) la corrente  $I$  che circola nella spira (intensità e verso);
- 2) la potenza dissipata nella spira per effetto Joule;
- 3) la forza meccanica necessaria per mantenere la spira a velocità costante e la potenza sviluppata da tale forza; si discuta la conservazione dell'energia.

Si considerino ora le fasi di ingresso del lato destro ( $x = 0, t = 0$ ) e del lato sinistro ( $x = a, t = a/V$ ) della spira nella regione del campo magnetico:

- 4) nella ipotesi che la spira abbia un coefficiente di autoinduzione  $L$ , si calcoli l'andamento temporale di  $I(t)$  per  $t > 0$  e  $t > a/V$  e il tempo caratteristico nel quale la corrente va a regime.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA  
 INGEGNERIA GESTIONALE E INGEGNERIA CHIMICA: CORSO DI FISICA GENERALE II  
 Prova n. 1 - 11/01/2018

*Negli esercizi seguenti le coordinate polari sferiche vengono indicate con i simboli  $r, \theta, \phi$ , dove  $r$  è la distanza dall'origine  $O$ ,  $\theta$  è l'angolo polare (colatitudine) e  $\phi$  è l'azimut; le coordinate cilindriche vengono indicate con i simboli  $\rho, \phi, z$ , dove  $\rho$  è la distanza dall'asse polare,  $\phi$  è l'azimut e  $z$  è la quota; le coordinate cartesiane vengono indicate con i simboli  $x, y, z$ . Quando più tipi di coordinate sono usati nello stesso esercizio, salvo avviso contrario i diversi sistemi sono associati nel modo usuale: origini coincidenti, assi polari coincidenti tra loro e coincidenti con l'asse  $z$ , origine degli azimut coincidente con il semiasse  $x > 0$ , ecc.*

1) Una carica elettrica positiva  $Q = 1.23 \text{ pC}$  è distribuita su un anello piatto isolante avente raggio interno  $r_i = 1.46 \text{ mm}$  e raggio esterno  $r_e = 2.40 \text{ mm}$ . La densità di carica superficiale è data dalla legge  $\sigma(r) = \frac{a}{r^3}$ , dove  $r$  è la distanza dal centro dell'anello. Si determini l'espressione del potenziale, in volt, al centro dell'anello.

- A  0    B  2.49    C  4.29    D  6.09    E  7.89    F  9.69

2) Si consideri un condensatore a facce piane e parallele le cui armature aventi superficie  $S = 11.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  possono scorrere senza attrito lungo una guida in direzione ortogonale alle facce stesse e sono collegate da una molla di costante elastica  $k = 10.2 \text{ N/m}$ . Quando il condensatore è scarico la molla assume la lunghezza di riposo  $l_0 = 1.78 \times 10^{-3} \text{ m}$ . Gli effetti di bordo sono trascurabili. Si deposita la carica elettrica  $\pm Q$  sulle due facce, con  $Q = 10.0 \text{ nC}$ . Determinare la capacità, in picofarad, del sistema.

- A  0    B  2.23    C  4.03    D  5.83    E  7.63    F  9.43

3) Sono date una carica elettrica puntiforme  $q = 1.59 \text{ nC}$  ed una sfera conduttrice di raggio  $r_0 = 1.28 \text{ mm}$  collegata a terra (di conseguenza, a potenziale nullo). La distanza tra il centro della sfera e la carica  $q$  è  $d = 10.5 \text{ mm}$ . È noto che questo problema può essere studiato utilizzando il *metodo delle cariche immagine*: nello spazio nel quale si trova la carica  $q$ , il potenziale elettrostatico è dato dalla somma del potenziale della carica  $q$  e di una carica *immagine*  $q'$  collocata in un punto interno al volume occupato dalla sfera conduttrice sul segmento che congiunge il centro della sfera con il punto nel quale si trova la carica  $q$ . Determinare la distanza, in mm, alla quale la carica *immagine*  $q'$  deve essere collocata dal centro della sfera conduttrice.

- A  0    B  0.156    C  0.336    D  0.516    E  0.696    F  0.876

4) Un cilindro di raggio  $a = 14.6 \text{ cm}$  e altezza  $h = 92.6 \text{ cm}$  (si noti  $a \ll h$ ) contiene un gas di particelle (carica  $q = 1.621 \times 10^{-19} \text{ C}$  e massa  $m = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) con densità media  $n = 1.15 \times 10^6 \text{ particelle/m}^3$ . A  $t = 0$  viene acceso un campo magnetico uniforme  $\vec{B}(t)$  parallelo all'asse del cilindro, che raggiunge al tempo  $t_0 = 1.13 \text{ secondi}$  il valore  $B_0 = 1.61 \text{ tesla}$ . Calcolare, al tempo  $t_0$  la densità superficiale media di corrente, in microampere/ $\text{m}^2$  nella direzione azimutale generata dal moto delle particelle cariche (si trascuri il moto radiale) alla distanza  $r = \frac{a}{2}$  dall'asse del cilindro (assunto come asse di simmetria del sistema).

- A  0    B  1.06    C  2.86    D  4.66    E  6.46    F  8.26

5) Un conduttore cilindrico neutro di raggio  $r = 1.10 \text{ cm}$  e altezza  $h = 0.0638 \text{ cm}$  (si noti  $h \ll a$ ) è immerso in un campo elettrico esterno uniforme  $E_0 = 1.46 \times 10^3 \text{ V/m}$  perpendicolare alle basi. La resistività del materiale conduttore è  $\rho = 1.74 \times 10^{-8} \text{ ohm}\cdot\text{m}$ . Gli effetti di bordo sono trascurabili. All'istante  $t = 0$  il campo elettrico esterno viene rimosso istantaneamente. Calcolare a quale istante, in  $\text{s} \times 10^{-20}$ , la densità superficiale di carica presente inizialmente sulle basi del cilindro si è ridotta alla metà.

- A  0    B  10.7    C  28.7    D  46.7    E  64.7    F  82.7

Università degli Studi di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale  
Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale e Ingegneria Chimica  
**Fisica Generale II**  
Appello 1 - 11/01/2018

**PROBLEMA I**

Due sfere indeformabili di uguale raggio  $R$ , aventi massa  $M$  e cariche elettriche  $\pm Q$  uniformemente distribuite nel proprio volume, si attraggono da ferme e da distanza infinita.

Determinare:

- 1) l'energia iniziale del sistema;
- 2) La velocità delle sfere quando si toccano (cioè quando la distanza tra i centri è  $d = 2R$ ).

Dopo il contatto, le due sfere continuano a muoversi compenetrandosi senza attrito.

Determinare:

- 3) il campo elettrico nella regione di sovrapposizione delle sfere in funzione della distanza  $d$  ( $< 2R$ ) tra i centri delle sfere;
- 4) la velocità delle sfere quando i centri si sovrappongono ( $d = 0$ ).

**PROBLEMA II**

Una spira metallica quadrata di lato  $a$  e resistenza  $R$  viene mantenuta a velocità costante  $V$  diretta lungo l'asse  $x$ . Nella regione  $x > 0$  è presente un campo magnetico  $\mathbf{B}$  uniforme ortogonale al piano della spira. Sia  $x$  la posizione del lato destro della spira. Per  $0 < x < a$ , ed in condizioni stazionarie, determinare:

- 1) la corrente  $I$  che circola nella spira (intensità e verso);
- 2) la potenza dissipata nella spira per effetto Joule;
- 3) la forza meccanica necessaria per mantenere la spira a velocità costante e la potenza sviluppata da tale forza; si discuta la conservazione dell'energia.

Si considerino ora le fasi di ingresso del lato destro ( $x = 0, t = 0$ ) e del lato sinistro ( $x = a, t = a/V$ ) della spira nella regione del campo magnetico:

- 4) nella ipotesi che la spira abbia un coefficiente di autoinduzione  $L$ , si calcoli l'andamento temporale di  $I(t)$  per  $t > 0$  e  $t > a/V$  e il tempo caratteristico nel quale la corrente va a regime.



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA  
 INGEGNERIA GESTIONALE E INGEGNERIA CHIMICA: CORSO DI FISICA GENERALE II  
 Prova n. 1 - 11/01/2018

*Negli esercizi seguenti le coordinate polari sferiche vengono indicate con i simboli  $r, \theta, \phi$ , dove  $r$  è la distanza dall'origine  $O$ ,  $\theta$  è l'angolo polare (colatitudine) e  $\phi$  è l'azimut; le coordinate cilindriche vengono indicate con i simboli  $\rho, \phi, z$ , dove  $\rho$  è la distanza dall'asse polare,  $\phi$  è l'azimut e  $z$  è la quota; le coordinate cartesiane vengono indicate con i simboli  $x, y, z$ . Quando più tipi di coordinate sono usati nello stesso esercizio, salvo avviso contrario i diversi sistemi sono associati nel modo usuale: origini coincidenti, assi polari coincidenti tra loro e coincidenti con l'asse  $z$ , origine degli azimut coincidente con il semiasse  $x > 0$ , ecc.*

1) Una carica elettrica positiva  $Q = 1.44 \text{ pC}$  è distribuita su un anello piatto isolante avente raggio interno  $r_i = 1.28 \text{ mm}$  e raggio esterno  $r_e = 2.49 \text{ mm}$ . La densità di carica superficiale è data dalla legge  $\sigma(r) = \frac{a}{r^3}$ , dove  $r$  è la distanza dal centro dell'anello. Si determini l'espressione del potenziale, in volt, al centro dell'anello.

- A  0    B  2.25    C  4.05    D  5.85    E  7.65    F  9.45

2) Si consideri un condensatore a facce piane e parallele le cui armature aventi superficie  $S = 10.9 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  possono scorrere senza attrito lungo una guida in direzione ortogonale alle facce stesse e sono collegate da una molla di costante elastica  $k = 11.0 \text{ N/m}$ . Quando il condensatore è scarico la molla assume la lunghezza di riposo  $l_0 = 1.76 \times 10^{-3} \text{ m}$ . Gli effetti di bordo sono trascurabili. Si deposita la carica elettrica  $\pm Q$  sulle due facce, con  $Q = 10.3 \text{ nC}$ . Determinare la capacità, in picofarad, del sistema.

- A  0    B  2.26    C  4.06    D  5.86    E  7.66    F  9.46

3) Sono date una carica elettrica puntiforme  $q = 1.92 \text{ nC}$  ed una sfera conduttrice di raggio  $r_0 = 1.25 \text{ mm}$  collegata a terra (di conseguenza, a potenziale nullo). La distanza tra il centro della sfera e la carica  $q$  è  $d = 11.7 \text{ mm}$ . È noto che questo problema può essere studiato utilizzando il *metodo delle cariche immagine*: nello spazio nel quale si trova la carica  $q$ , il potenziale elettrostatico è dato dalla somma del potenziale della carica  $q$  e di una carica *immagine*  $q'$  collocata in un punto interno al volume occupato dalla sfera conduttrice sul segmento che congiunge il centro della sfera con il punto nel quale si trova la carica  $q$ . Determinare la distanza, in mm, alla quale la carica *immagine*  $q'$  deve essere collocata dal centro della sfera conduttrice.

- A  0    B  0.134    C  0.314    D  0.494    E  0.674    F  0.854

4) Un cilindro di raggio  $a = 13.8 \text{ cm}$  e altezza  $h = 99.8 \text{ cm}$  (si noti  $a \ll h$ ) contiene un gas di particelle (carica  $q = 1.621 \times 10^{-19} \text{ C}$  e massa  $m = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) con densità media  $n = 1.07 \times 10^6 \text{ particelle/m}^3$ . A  $t = 0$  viene acceso un campo magnetico uniforme  $\vec{B}(t)$  parallelo all'asse del cilindro, che raggiunge al tempo  $t_0 = 1.21 \text{ secondi}$  il valore  $B_0 = 1.38 \text{ tesla}$ . Calcolare, al tempo  $t_0$  la densità superficiale media di corrente, in microampere/ $\text{m}^2$  nella direzione azimutale generata dal moto delle particelle cariche (si trascuri il moto radiale) alla distanza  $r = \frac{a}{2}$  dall'asse del cilindro (assunto come asse di simmetria del sistema).

- A  0    B  0.260    C  0.440    D  0.620    E  0.800    F  0.980

5) Un conduttore cilindrico neutro di raggio  $r = 1.03 \text{ cm}$  e altezza  $h = 0.0724 \text{ cm}$  (si noti  $h \ll a$ ) è immerso in un campo elettrico esterno uniforme  $E_0 = 1.21 \times 10^3 \text{ V/m}$  perpendicolare alle basi. La resistività del materiale conduttore è  $\rho = 1.05 \times 10^{-8} \text{ ohm}\cdot\text{m}$ . Gli effetti di bordo sono trascurabili. All'istante  $t = 0$  il campo elettrico esterno viene rimosso istantaneamente. Calcolare a quale istante, in  $\text{s} \times 10^{-20}$ , la densità superficiale di carica presente inizialmente sulle basi del cilindro si è ridotta alla metà.

- A  0    B  1.04    C  2.84    D  4.64    E  6.44    F  8.24

Università degli Studi di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale  
Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale e Ingegneria Chimica  
**Fisica Generale II**  
Appello 1 - 11/01/2018

**PROBLEMA I**

Due sfere indeformabili di uguale raggio  $R$ , aventi massa  $M$  e cariche elettriche  $\pm Q$  uniformemente distribuite nel proprio volume, si attraggono da ferme e da distanza infinita.

Determinare:

- 1) l'energia iniziale del sistema;
- 2) La velocità delle sfere quando si toccano (cioè quando la distanza tra i centri è  $d = 2R$ ).

Dopo il contatto, le due sfere continuano a muoversi compenetrandosi senza attrito.

Determinare:

- 3) il campo elettrico nella regione di sovrapposizione delle sfere in funzione della distanza  $d$  ( $< 2R$ ) tra i centri delle sfere;
- 4) la velocità delle sfere quando i centri si sovrappongono ( $d = 0$ ).

**PROBLEMA II**

Una spira metallica quadrata di lato  $a$  e resistenza  $R$  viene mantenuta a velocità costante  $V$  diretta lungo l'asse  $x$ . Nella regione  $x > 0$  è presente un campo magnetico  $\mathbf{B}$  uniforme ortogonale al piano della spira. Sia  $x$  la posizione del lato destro della spira. Per  $0 < x < a$ , ed in condizioni stazionarie, determinare:

- 1) la corrente  $I$  che circola nella spira (intensità e verso);
- 2) la potenza dissipata nella spira per effetto Joule;
- 3) la forza meccanica necessaria per mantenere la spira a velocità costante e la potenza sviluppata da tale forza; si discuta la conservazione dell'energia.

Si considerino ora le fasi di ingresso del lato destro ( $x = 0, t = 0$ ) e del lato sinistro ( $x = a, t = a/V$ ) della spira nella regione del campo magnetico:

- 4) nella ipotesi che la spira abbia un coefficiente di autoinduzione  $L$ , si calcoli l'andamento temporale di  $I(t)$  per  $t > 0$  e  $t > a/V$  e il tempo caratteristico nel quale la corrente va a regime.