

Università di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Fisica Generale II e Elettronica

Appello 7 - 13/02/2019

Soluzioni

PROBLEMA 1

- 1) Si ha per $r < a$, $E = 0$, per $a < r < b$, $E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_a}{r^2}$, per $r > b$, $E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_a+Q_b}{r^2}$.
- 2) Si ha per $r \geq b$, $V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_a+Q_b}{r}$. per $a \leq r \leq b$, $V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_a+Q_b}{b}$, per $r \leq a$, $V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_a+Q_b}{b}$.
- 3) Si ha per $r < b$, $E = 0$, per $r > b$, $E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_a+Q_b}{r^2}$.
- 4) Si ha per $r \geq b$, $V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_a+Q_b}{r}$, per $r \leq b$, $V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_a+Q_b}{b}$.
- 5) All'istante t la carica sul conduttore interno è $Q_a(t)$ e la differenza di potenziale tra il conduttore interno e il conduttore esterno è $\Delta V = \int_a^b E dx = \frac{Q_a(t)}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{Q_a(t)}{C}$, con C capacità del condensatore sferico. Si ha l'equazione del circuito $\frac{Q_a(t)}{C} + R \frac{dQ_a(t)}{dt} = 0$, con la condizione iniziale $Q_a(0) = Q_a$. Si ha la soluzione $Q_a(t) = Q_a e^{-\frac{t}{RC}}$.

PROBLEMA 2

- 1) Il campo magnetico generato dal filo rettilineo è azimutale ed è pari a $B(x) = \frac{\mu_0}{2\pi x}$, con x distanza dal filo.
- 2) Il coefficiente di mutua induzione tra filo e spira è $M = \frac{\Phi(B_f)}{I_f} = \frac{\mu_0 I_f b}{2\pi I_f} \int_b^{2b} \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln(2)$. Scegliendo positivo il verso orario della corrente nella spira, la normale alla superficie della spira è concorde con il campo B ed il flusso del campo magnetico attraverso la superficie della spira e, di conseguenza, il coefficiente di mutua induzione, sono positivi.
- 3) L'equazione del circuito della spira, che è un circuito RL, nell'intervallo $[0, T]$, è $\epsilon = RI + L \frac{dI}{dt}$, con $\epsilon = Ma$, e condizione iniziale sulla corrente $I(0) = 0$. Nell'intervallo $[0, T]$ la corrente che scorre nella spira è $I(t)_s = -\frac{Ma}{R} (1 - e^{-\frac{Rt}{L}})$, nella quale il segno "-" indica che il verso della corrente è antiorario.
- 4) La forza magnetica sulla spira dipende solamente dai due lati paralleli al filo rettilineo che sono a distanza differente dal filo, i contributi degli altri due fili sono uguali e opposti e si annullano. Si ha $\vec{F}(t) = I(t)_s b \frac{\mu_0 I(t)_f}{2\pi} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{2b}\right) (-\vec{i}) = I(t)_s \frac{\mu_0 I(t)_f}{4\pi} (-\vec{i})$. Dato che $I(t)_s$ è negativa, la forza complessiva sulla spira è repulsiva e diretta nel verso positivo delle x .
- 5) Per $t > T$, l'equazione del circuito della spira è $0 = RI + L \frac{dI}{dt}$, con condizione iniziale $I(0) = -\frac{Ma}{R}$, se $T \gg \frac{L}{R}$. La corrente che scorre nella spira è $I(t)_s = -\frac{Ma}{R} e^{-\frac{Rt}{L}}$. La forza magnetica si ottiene sostituendo nella espressione della forza magnetica la nuova espressione della corrente che scorre nella spira.