Università di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Fisica Generale II e Elettronica

Appello 5 - 07/01/2019

Soluzioni

PROBLEMA 1

1) All'interno delle lastre conduttrici il campo elettrico è nullo, all'esterno delle lastre conduttrici il campo elettrico è ortogonale alle lastre e uniforme, di intensità $E = \frac{Q_0}{2\epsilon_0 L^2}$, e verso opposto tra i due lati della lastra I.
2) Le cariche elettriche sulle due superfici della lastra I (a sinistra) sono $Q_{1,left} = Q_{1,right} = \frac{Q_0}{2}$.
Le cariche elettriche sulle due superfici della lastra II (centrale) sono $Q_{2,left} = -\frac{Q_0}{2}$ e $Q_{2,right} = \frac{Q_0}{2}$.
Le cariche elettriche sulle due superfici della lastra III (centrale) sono $Q_{3,left} = -\frac{Q_0}{2}$ e $Q_{3,right} = \frac{Q_0}{2}$.
3) Il campo elettrico nelle due regioni comprese tra le lastre è lo stesso e vale $E = \frac{V_0}{2d}$.
4) Si devono determinare le cariche elettriche presenti sulla lastra I (Q_1), e sulla lastra III (Q_3), la carica elettrica sulla lastra II e' 0.
Si ha $Q_1 - Q_3 = \epsilon_0 V_0 \frac{L^2}{d}$ e $Q_1 + Q_3 = Q_0$.
Si ha $Q_1 = \frac{Q_0}{2} + \frac{V_0}{2d}\epsilon_0 L^2$ e $Q_3 = \frac{Q_0}{2} - \frac{V_0}{2d}\epsilon_0 L^2$ -
Si ha $Q_{1,left} = \frac{Q_0}{2}$, $Q_{1,right} = \frac{V_0}{2d}\epsilon_0 L^2$, $Q_{2,left} = -\frac{V_0}{2d}\epsilon_0 L^2$, $Q_{2,right} = +\frac{V_0}{2d}\epsilon_0 L^2$. $Q_{3.left} = \frac{V_0}{2d}\epsilon_0 L^2$, $Q_{3,right} = \frac{Q_0}{2}$.
5) La equazione del circuito è $V_0 - RI = V_I - V_{III}$. Si ha $V_0 - RI = \frac{d}{\epsilon_0 L^2}(Q_I - Q_{III}$, con $I = \frac{d}{dt}Q_I = -\frac{d}{dt}Q_{III}$.
Si ha $R\frac{d}{dt}I + \frac{d}{\epsilon_0 L^2}2I =$, che è equivalente alla equazione di un circuito RC con $C_{eq} = \frac{\epsilon_0 L^2}{2d}$, che è la serie di due condensatori con $C = \frac{\epsilon_0 L^2}{d}$. A $t = 0$ si ha $V_0 - RI(t = 0) - \frac{d}{\epsilon_0 L^2}(Q_I(0) - Q_{III}(0)) = 0$, con $Q_I(0) = Q_0$ e $Q_{III}(0) = 0$. Si ha $I(0) = (V_0 - \frac{Q_0 d}{\epsilon_0 L^2})\frac{1}{R}$.

PROBLEMA 2

1) I coefficienti di mutua induzione sono $L_1 = \mu_0 \frac{N^2 \pi a^2}{h}$ e $L_2 = \mu_0 \frac{N^2 \pi 4a^2}{h} = 4L_1$. Il coefficiente di mutua induzione tra i due solenoidi è $M = \mu_0 \frac{N^2 \pi a^2}{h} = L_1$.
2) Le equazioni dei due circuiti sono rispettivamente, per il solenoide interno $\frac{d}{dt}(L_1 I_1) + \frac{d}{dt}(M I_2) = 0$; e per il solenoide esterno $V_2 = R_2 I_2 + \frac{d}{dt}(L_2 I_2) + \frac{d}{dt}(M I_1) = 0$.
3) In condizioni stazionarie tutte le derivate sono nulle. Si ha $I_2 = \frac{V_2}{R_2}$. Si ha $L_1 I_1 + M I_2 = 0$, che corrisponde alla condizione inziale di correnti entrambe nulle. Si ottiene $I_1 = -\frac{M}{L_1} I_2$. Nel caso di $M = L_1$, si ha $I_1 = -I_2$ e di conseguenza $I_1 = -\frac{V_2}{R_2}$.
4) Si sostituisce $I_1 = -I_2$ nella equazione per il circuito 2, del solenoide esterno. Si ha $V_2 = R_2 I_2 - (L_2 - M)\frac{d}{dt}I_2$. Si utilizza $L_{eq} = L_2 - M = 3L_1$. Si ha $I_2(t) = \frac{V_2}{R_2}(1 - e^{-t/\tau})$, con $\tau = \frac{L_{eq}}{R_2}$.
5) Nel caso che si rimuove il circuito interno bruscamente, M varia rapidamente.
Si ha $\frac{d}{dt}\phi(B_1) >> V_2, R_2 I_2$. La equazione per il circuito 2 è $\frac{d}{dt}(L_2 I_2) + \frac{d}{dt}(M I_1) = 0$. Si integra l'equazione e si ha $L_2 \Delta I_2 + \Delta(M I_1) = 0$.
Si ha $L_2(I_{2,f} - I_{2,staz}) + M_f I_{1,f} - M_{I_1,staz} = 0$, con $M_f = 0$.

Si ha $I_{2,f} = I_{2,staz} + \frac{M}{L_2} I_{1,staz}$. Si ha $I_{2,f} = \frac{3}{4} I_{2,staz} = \frac{3}{4} \frac{V_2}{R_2}$.