Università di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Fisica Generale II e Elettronica

Appello 4 - 10/09/2018

Soluzioni

PROBLEMA 1

1) $E(r) = -\frac{d\phi}{dr} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}e^{-\alpha r}(\alpha r + \frac{\alpha^2 r^2}{2} + 1)$. Nel caso si ha $\alpha = 0$, si ha il campo elettrico di una carica puntiforme q posta nell'origine del sistema di riferimento.
2) Si può ottenere la carica elettrica all'interno di una sfera di raggio R mediante il teorema di Gauss. Si ricorda che il campo elettrico ha simmetria sferica. $Q(R) = \epsilon_0 \phi_R(\vec{E}) = qe^{-\alpha R}(\alpha R + \frac{\alpha^2 R^2}{2} + 1)$.
3) Si ha il limite per $R \to 0$, $Q(R) = q$. Si ha il limite $R \to \infty$, $Q(R) = 0$. Nell'origine del sistema di riferimento di trova una carica elettrica puntiforme di valore q, la carica totale è 0, la carica di volume totale è $-q$.
4) Si ha $\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = -\frac{q\alpha^3}{8\pi}e^{-\alpha r}$. La densità di carica di volume è negativa.
5) La carica totale del volume è data dall'integrale su tutto lo spazio che è $-q$. Si può verificare mediante il calcolo diretto $\int_0^\infty \rho(r)dV = -q$.

PROBLEMA 2

1) Nel piano $x = 0$ i fili hanno corrente con verso $-\vec{e}_y$. Nel piano $x = 2a$ i fili hanno corrente con verso $+\vec{e}_y$. Si ha il Teorema di Ampere, $B_0 h = \mu_0 I_f nh$. Si ha $B_0 = \mu_0 I_f n$, si ha $I_f = \frac{B_0}{\mu_0 n}$.
2) Si ha velocità della spira è costante v_0, il tempo di ingresso nella regione di campo magnetico è $T = \frac{a}{v_0}$. Si determina la forza elettromotrice indotta e la corrente indotta dalla equazione del circuito $-RI + fem_{ind} = 0$.
$0 < t < T$, $x_a < a$, $\phi_B = Bax_a$, $fem_{ind} = -Bav_0$, $I = -\frac{Bav_0}{R}$;
$T < t < 2T$, $a < x_a < 2a$, $\phi_B = Ba^2$, $fem_{ind} = 0$, $I = 0$;
$2T < t < 3T$, $2a < x_a < 3a$, $\phi_B = Ba(3a - x_a)$, $fem_{ind} = Bav_0$, $I = \frac{Bav_0}{R}$;
$t > 3T$, $x_a > 3a$, $\phi_B = 0$, $fem_{ind} = 0$, $I = 0$;
3) Si determina la forza esercitata sulla spira dal campo magnetico. Si ha
$0 < t < T$, $\vec{F}_m = -\frac{(Ba)^2 v_0}{R}\vec{e}_x$;
$2T < t < 3T$, $\vec{F}_m = -\frac{(Ba)^2 v_0}{R}\vec{e}_x$;
L'operatore deve esercitare la forza $\vec{F}_{op} = -\vec{F}_m$. Il lavoro compiuto dell'operatore è $L_{op} = \int_0^T \vec{F}_{op} \cdot \vec{v}dt + \int_{2T}^{3T} \vec{F}_{op} \cdot \vec{v}dt = \frac{2B^2 a^3 v_0}{R}$.
Si ha l'energia dissipata per effetto Joule è $\Delta E_{Joule} = \int_0^T I^2 Rdt + \int_{2T}^{3T} I^2 Rdt = 2\frac{B^2 a^3 v_0}{R}$.
Si ha $P_{fem_{ind}} = P_{Joule}$, $P_{op} + P_{F_m} = \frac{dE_K}{dt} = 0$. Si ha $P_{femind} + P_{F_m} + P_{op} = P_{Joule}$. Si ha $P_{fem_{ind}} + P_{F_m} = 0$.
4) Si ha $-RI + fem_{ind} = 0$, si ha $I(t) = -\frac{Ba}{R}v(t)$.
Si ha $\vec{F}_m = -\frac{(Ba)^2 v(t)}{R}\vec{e}_x$, si ha $m\frac{dv}{dt} = -\frac{(Ba)^2 v(t)}{R}$. Si ha $v(t) = v_0 e^{-t/\tau}$ con $\tau = \frac{mR}{(Ba)^2}$.
5) Si ha $x_a(t) = v_0 \frac{mR}{(Ba)^2}(1 - e^{-t/\tau})$, si ha $x_{max} = v_0\tau$. La spira entra completamente nella regione con $\vec{B} \neq 0$ se $x_{max} \geq a$, $\frac{v_0 mR}{(Ba)^2} \geq a$, $v_0 \geq \frac{B^2 a^3}{mR}$.