Università di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
Fisica Generale II e Elettronica
Appello 4 - 10/09/2018

PROBLEMA I

Una distribuzione di cariche elettriche produce il potenziale a simmetria sferica:
$V(r) = (q/4\pi\varepsilon_0 r) \exp(-\alpha r)(1 + \alpha r/2)$, con α e q costanti positive con le dimensioni opportune.
Determinare:

1) l'espressione del campo elettrico $E(r)$ in coordinate sferiche;
2) la carica elettrica totale $Q(r)$ contenuta in una sfera di raggio r;
3) i limiti di $Q(r)$ per $r \to 0$ e $r \to \infty$ e dire che cosa si può dedurre sulla distribuzione di carica elettrica del sistema dal confronto tra questi due limiti, in particolare quanto vale la carica totale del sistema e se esistono cariche puntiformi;
4) la densità di carica di volume $\rho(r)$;
5) la carica totale di volume.

Si ricorda che per un sistema a simmetria sferica il gradiente di una funzione scalare V e la divergenza di un vettore **A** hanno le espressioni $\vec{\nabla}V = \hat{r}\,\frac{\partial V}{\partial r}$, $\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r}$

PROBLEMA II

Nella regione di spazio compresa tra i due piani $x = 0$ e $x = 2a$ è presente un campo magnetico uniforme $\vec{B} = B_0\hat{z}$, mentre per $x < 0$ e $x > 2a$ non ci sono campi magnetici. Una spira quadrata di resistenza R e lato a, giacente nel piano $z = 0$ e con i lati paralleli agli assi x e y, si muove con velocità $\vec{v} = v_0\,\hat{x}$ mantenuta costante da un operatore esterno, in modo tale che sia $x_a(t = 0) = 0$, avendo indicato con x_a la coordinata del lato della spira con ascissa maggiore. Si suppone che il campo magnetico sia prodotto da due grate uguali di fili paralleli ed equispaziati (con interdistanza molto minore di a giacenti sui piani $x = 0$ e $x = 2a$) tutti percorsa da corrente I_f.
Determinare:

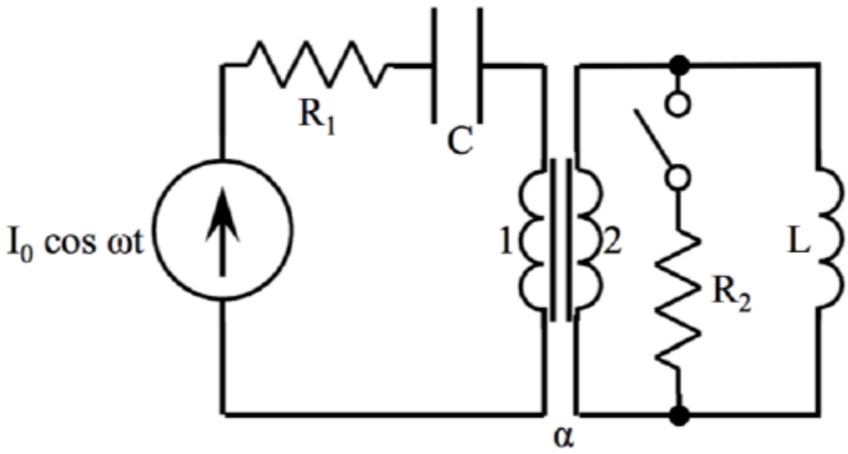
1) l'orientazione dei fili nel piano (y, z) e verso di scorrimento della corrente ed il valore di I_f, conoscendo la densità di fili per unità di lunghezza n;
2) la corrente $I(t)$ che circola nella spira trascurando gli effetti di autoinduzione;
3) il lavoro compiuto dall'operatore esterno per mantenere costante la velocità della spira e fare il confronto con l'energia totale dissipata dalla resistenza;

Si faccia l'ipotesi che non ci siano forze esterne, a parte quelle dovute al campo magnetico e la spira, di massa m, sia libera di muoversi senza attrito.
Determinare:

4) l'equazione differenziale che determina il moto della spira quando è parzialmente entrata nella regione di campo magnetico;
5) per quale valore minimo della velocità la spira entra completamente nella regione $0 < x < a$.

PROBLEMA III

Nel circuito di figura, un generatore ideale di corrente alternata di ampiezza I_0 ha pulsazione tale da realizzare una condizione di risonanza con il resto del circuito ad interruttore chiuso. Anche il trasformatore è ideale con rapporto di trasformazione $\alpha = N_2/N_1 < 1$ noto. Siano noti anche gli elementi passivi del circuito, con $R_1 = R_2 = R$ ed $L = R^2 C$. Si assuma inoltre che il circuito sia inizialmente a regime con l' interruttore aperto.



1) Si calcoli la potenza media erogata dal generatore ad interruttore aperto, mostrando che essa è indipendente dalla sua pulsazione.

L' interruttore viene chiuso all' istante $t = 0$, ovvero ad un istante in cui è massima l' intensità di corrente erogata dal generatore nel verso indicato dalla freccia. Fissato $\alpha = 1/\sqrt{2}$, si calcolino:

2) la pulsazione ω del generatore, verificando che la condizione $\alpha < 1$ è necessaria affinché si realizzi la risonanza con il circuito;

3) la corrente che attraversa la resistenza nel secondario:

   a) a $t = 0$;

   b) al tempo $t = 2n\pi/\omega$, n essendo un intero sufficientemente grande perché il circuito sia di nuovo a regime a quell' istante;

   c) al tempo $t = 2\pi/\omega$, ovvero dopo un periodo dalla chiusura dell' interruttore.