Università di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Fisica Generale II e Elettronica

Appello 7 - 15/02/2017

Soluzioni

PROBLEMA 1

1) $V(x,y,z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(x-\frac{d}{2})^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(x+\frac{d}{2})^2}})$

2)

Asse x, $V(x,0,0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2}{\sqrt{x^2+\frac{d^2}{4}}}$, $E_x(x,0,0) = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0}\frac{x}{(x^2+\frac{d^2}{4})^{3/2}}$

Asse x, $V(0,y,0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2}{\sqrt{y^2+\frac{d^2}{4}}}$, $E_y(0,y,0) = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0}\frac{y}{(y^2+\frac{d^2}{4})^{3/2}}$

Asse y, $V(0,0,z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}(\frac{1}{|z-\frac{d}{2}|} + \frac{1}{|z+\frac{d}{2}|})$, di conseguenza il campo elettrico vale

per $\mid z \mid < \frac{d}{2}$, $E_z(0,0,z) = \frac{-qd}{4\pi\epsilon_0}\frac{2z}{(\frac{d^2}{4}-z^2)^2}$

per $\mid z \mid > \frac{d}{2}$, $E_z(0,0,z) = \frac{qd}{4\pi\epsilon_0}\frac{2z}{(\frac{d^2}{4}-z^2)^2}$

3)

Per $\mid x \mid << \frac{d}{2}$, $E_x(x,0,0) \simeq \frac{qx}{\pi\epsilon_0 d^3}$

Per $\mid y \mid << \frac{d}{2}$, $E_y(0,y,0) \simeq \frac{qy}{\pi\epsilon_0 d^3}$

Per $\mid z \mid << \frac{d}{2}$, $E_y(0,0,z) \simeq -\frac{8qz}{\pi\epsilon_0 d^3}$

4)

Il moto è di oscillazione, tra i punti dell'asse z di coordinate $z = -a$ e $z = a$. La frequenza di oscillazione è $\omega = \sqrt{\frac{8q^2}{m\pi\epsilon_0 d^3}}$. Si ha $z(t) = a\cos(\omega t)$.

5)

La particella ha velocità massima in O. Si ha $v = a\omega$. Si può ottenere lo stesso risultato anche applicando il teorema di conservazione dell'energia. $\frac{1}{2}mv^2 = qV(a)$, con $a << d$. Si ottiene $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{8q^2}{\pi\epsilon_0 d^3}a^2$.

PROBLEMA 2

1)

$I(t)_{spira} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln(\frac{d+L}{d})L\frac{I_0}{R\tau}e^{-t/\tau}$

2)

$F(t) = \frac{\mu_0}{2\pi}L(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+L})I_{filo} \times I_{spira}$, nel piano della spira e del filo, ortogonale al filo, nella direzione dalla spira al filo

3)

$E = \frac{1}{2}(\frac{\mu_0}{2\pi}\ln(\frac{d+L}{d})LI_0)^2\frac{1}{R\tau}(1-e^{-2})$

4)

$I(t)_{spira} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{L^2 at}{(x(t)(x(t)+L))}\frac{1}{R}I_0 e^{-1}$, con $x(t) = d + \frac{1}{2}a(t-\tau)^2$.

5)

$F(t) = \frac{\mu_0}{2\pi}L(\frac{1}{x(t)} - \frac{1}{x(t)+L})I_0 e^{-1} I(t)_{spira} + ma$