Università di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Fisica Generale II e Elettronica

Appello 6 - 29/01/2018

Soluzioni

PROBLEMA 1

1) La sfera carica con una cavità interna può essere rappresentata con una sfera piena con densità di carica uguale al quella iniziale sovrapposta ad una sfera uguale alla cavità e con una densità di carica di segno opposto. Il campo elettrico interno ad una sfera uniformemente carica è dato da $\vec{E} = \rho\vec{r}/3\epsilon_0$. Il campo elettrico in un punto P all'interno della cavità è dato da due contributi, uno radiale rispetto al centro della sfera ed uno radiale rispetto al centro della cavità di segno opposto. Si ottiene $\vec{E}_{cav} = \rho(\vec{r}-\vec{r}^{'})/3\epsilon_0 = \rho\vec{d}/3\epsilon_0$, con $\vec{r}$ vettore posizione del punto P rispetto al centro della sfera, $\vec{r}^{'}$ vettore posizione del punto P rispetto al centro della cavità, $\vec{d}$ vettore posizione del centro della cavità rispetto al centro della sfera.

2) La forza esercitata da un campo elettrico esterno $\vec{E}_{ext}$ sulla sfera è data dalla somma delle forze esercitate sulle singole cariche. $\vec{F} = \frac{4}{3}\pi\rho(a^3-b^3)\vec{E}_{ext}$. La forza è la stessa che si ha considerando due cariche puntiforme rispettivamente al centro della sfera e della cavità.

3) Il sistema è schematizzato con due cariche poste rispettivamente nel centro della sfera e nel centro della cavità. Solo la forza esercitata sulla carica nel centro della cavità ha momento non nullo rispetto al centro della sfera. Si ha $\vec{M} = \vec{d} \times \vec{F} = -\frac{4}{3}\pi\rho b^3\vec{d} \times \vec{E}_{ext}$.

4) Nel caso $d = 0$, il campo elettrico all'interno della cavità è nullo, e la forza esercitata sulla sfera è la stessa per il fatto che dipende solamente dalla carica elettrica totale.

5) Nel caso $d = 0$ il momento della forza è nullo, risultato che si ottiene se si inserisce $d = 0$ nel risultato della domanda 3).

PROBLEMA 2

1) Il flusso del campo magnetico attraverso la superficie della spira è $\Phi(\vec{B}) = \pi a^2 \frac{B_0}{L} z(t)$, con $z(t)$ coordinata lungo l'asse z del centro della spira in funzione del tempo. La corrente indotta dalla variazione del campo magnetico è $I(t) = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = -\pi a^2 \frac{B_0}{RL} v(t)$, con $v(t) = \frac{dz(t)}{dt}$. La forza che agisce su un tratto $d\vec{l}$ della spira è determinata dalla equazione $d\vec{F} = I(t)d\vec{l} \times \vec{B}$. Le forze radiali sono dovute alla componente lungo l'asse z del campo magnetico e hanno somma nulla. La forza netta sulla spira è diretta lungo l'asse z ed è dovuta alla componente radiale del campo magnetico. Si ottiene $\vec{F} = -2\pi a I(t) B_\rho(\rho = a)\vec{k}$, $\vec{F} = \pi a^2 I(t)\frac{B_0}{L}\vec{k}$, $\vec{F} = -\frac{1}{R}(\frac{\pi a^2 B_0}{L})^2 v(t)\vec{k}$. La forza magnetica è proporzionale alla velocità ed ha verso opposto ad essa, quale che sia il segno di B_0/L. Nella condizione *a regime*, la forza magnetica è uguale e opposta alla forza peso, la velocità della spira e la corrente che è ad essa proporzionale, sono costanti. Si ha $-\frac{1}{R}(\pi a^2 \frac{B_0}{L})^2 v_{reg} - mg = 0$, si ottiene $v_{reg} = -\frac{mgR}{(\pi a^2 \frac{B_0}{L})}$.

2) La corrente *a regime* è $I_{reg} = (\pi a^2 \frac{B_0}{L})^{-1} mg$. Nel caso il segno di B_0/L è positivo, la corrente scorre in verso antiorario, nel caso il segno di B_0/L è negativo, la corrente scorre in verso orario.

3) Le forze in gioco sono la forza peso e la forza magnetica. L'equazione del moto è $m\frac{dv(t)}{dt} = -mg - Av(t)$, con $A = \frac{1}{R}(\pi a^2 \frac{B_0}{L})^2$, con la con la condizione iniziale $v(0) = 0$. Si ottiene $v(t) = -\frac{mg}{A}(1 - e^{-At/m})$. Nella

condizione *a regime*, la velocità è $v_{reg} = -mg/A$. La legge oraria è $z(t) = z_0 - \frac{mg}{A}(t + \frac{m}{A}(e^{-At/m} - 1))$.

4) La corrente è data da $I(t) = (\pi a^2 \frac{B_0}{L})^{-1} mg(1 - e^{-At/m})$.

5) Su un tratto dl di spira agisce una forza radiale pari a $d\vec{F} = I(t) dl \vec{\theta} \times B_z \vec{k}$. La forza per unità di lunghezza è data da $\frac{dF}{dl} = \frac{1}{R}\pi a^2 (\frac{B_0}{L})^2 z(t) v(t)$. La forza per unità di lunghezza è diretta verso l'esterno, nella caduta della spira il flusso del campo magnetico diminuisce e la spira dovrebbe aumentare l'area per compensare la diminuzione del flusso.