Università di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Fisica Generale II e Elettronica

Appello 5 - 08/01/2018

Soluzioni

PROBLEMA 1

1) Per Q costante, il campo elettrico tra le armature è $E = Q/\epsilon_0 S$, con $S = \pi a^2$, è costante. La forza sull'armatura è $F = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 S = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}$. Si ha equilibrio meccanico per $F = mg$, si ricava $Q_{eq} = \sqrt{2\epsilon_0 S m g}$.
2) Se $Q > Q_{eq}$ l'armatura inferiore viene attratta e colpisce dalla armatura superiore.

3) Al momento del contatto, l'energia cinetica dell'armatura è pari alla variazione di energia potenziale, pari alla somma del lavoro fatto dalla forza elettrostatica e dalla forza gravitazionale. Si ha $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{Q^2 h}{2\epsilon_0 S} - mgh$, si ottiene $v_f = \sqrt{\frac{Q^2 h}{m\epsilon_0 S} - 2gh}$.

4) In funzione di V la carica del condensatore vale $Q = CV$, $Q = \frac{\epsilon_0 S V}{h}$. S ottiene $F = \frac{\epsilon_0 S V^2}{2h^2}$. Fissato h, si ha equilibrio per $V_{eq} = h\sqrt{\frac{2mg}{\epsilon_0 S}}$.

5) S $V > V_{eq}$ l'armatura inferiore viene attratta e colpisce l'armatura superiore. Fissato un asse y verticale, con l'origine nel punto di equilibrio, si ottiene la velocità con la quale la armatura inferiore colpisce l'armatura superiore dalla equazione $\frac{1}{2}mv^2 = \int_0^h (\frac{\epsilon_0 S V^2}{2(h-y)^2} - mg)dy$. Si nota che l'integrale diverge e che la velocità risultante dovrebbe essere infinita, l'energia fornita da un generatore ideale dovrebbe essere infinita.

PROBLEMA 2

1) Si consideri una circonferenza di raggio a coassiale con la lamina cilindrica, lontana dai bordi. Il flusso del campo magnetico attraverso la circonferenza vale $\phi = \pi a^2 B_0 \cos(\omega t)$. La circuitazione del campo elettrico azimutale sulla circonferenza vale $2\pi a E_\phi = \pi a^2 B_0 \omega \sin(\omega t)$. Il campo elettrico è $E_\phi = \frac{B_0 a \omega}{2} \sin(\omega t)$.
2) La densità di corrente è azimutale ed è $J_\phi = \sigma E_\phi$, $J_\phi = \sigma \frac{B_0 a \omega}{2} \sin(\omega t)$.
3) La densità di potenza dissipata per effetto Joule è $W = \sigma E^2$. La potenza complessiva dissipata per effetto Joule nell'intero volume della lamina è $W_{tot} = V\sigma E^2$, con $V = 2\pi a d h$ volume della lamina.
4) La densità volumica di corrente data da $J_\phi = \sigma E_\phi$ all'interno della lamina corrisponde ad una densità superficiale di corrente $J_s = J_\phi d$. La lamina cilindrica è equivalente ad un solenoide di raggio a e altezza h nel quale il prodotto nI, con n pari al numero di spire per unità di lunghezza, vale J_s. Il campo magnetico generato dal solenoide è $\mathbf{B_1} = B_1 \mathbf{k}$, con $B_1 = \mu_0 J_s$, pari a $B_1 = -\mu_0 \sigma \frac{B_0 a d \omega}{2} \sin(\omega t)$.
5) Per poter trascurare gli effetti di autoinduzione, deve essere $B_1 << B_0$. Di conseguenza, $\mu_0 \sigma \frac{B_0 a d \omega}{2} << B_0$, con $\omega << \frac{2}{\mu_0 \sigma a d}$.