

Università di Pisa - Dipartimento di Ingegneria Civile e Industriale
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Fisica Generale II e Elettronica

Appello 1 - 5/06/2017

Soluzioni

PROBLEMA 1

- 1) All'esterno del piano ($x \neq 0$) il potenziale deve soddisfare l'equazione di Poisson: $\nabla^2 \phi(x, y) = \phi(x, y)(q^2 - k^2) = 0$, dato che deve essere $q, k > 0$, si ha $q = k$.
- 2) Il campo elettrico è il gradiente negativo del potenziale; $\vec{E}(x, y) = -\vec{\nabla} \phi(x, y) = k\phi_0 e^{-k|x|} (\text{sgn}(x) \cos(ky), \sin(ky), 0)$.
- 3) La densità di carica superficiale si ricava dal teorema di Gauss applicato da una opportuna superficie cilindrica, di lunghezza trascurabile, posta con l'asse lungo \vec{i} . $\sigma(0, y) = \epsilon_0(\vec{E}_{x \sim 0^+} - \vec{E}_{x \sim 0^-}) = \epsilon_0 2k \cos(ky)$.
- 4) Possiamo scrivere un bilancio energetico, con la condizione che la particella raggiunga il piano $x = 0$ con velocità nulla: $\frac{1}{2}mv_0^2 + qV_0 e^{-q|a|} = qV_0$, si ricava $v_0 = (\frac{2qV_0}{m}(1 - e^{-q|a|}))^{1/2}$.
- 5) Possiamo scrivere un bilancio energetico, con la osservazione che la particella raggiunge la velocità massima a distanza infinita dal piano $x = 0$, in condizioni di potenziale nullo: $\frac{1}{2}mv_0^2 + qV_0 e^{-q|a|} = \frac{1}{2}mv_F^2$, si ricava $v_F = (v_0^2 + \frac{2qV_0}{m}e^{-q|a|})^{1/2}$.

PROBLEMA 2

- 1) Il campo magnetico all'interno del solenoide è parallelo al suo asse e di modulo $B = \mu_0 n I$.
- 2) Le particelle emesse con un angolo θ dalla sorgente percorrono eliche, con asse parallelo a quello del solenoide, di raggio $r(\theta) = \sqrt{2T/m\omega^2} \sin(\theta)$, con $\omega = \mu_0 q n I / m$, e passo uniforme. Poiché le spirali intersecano l'asse del solenoide, la condizione per cui le particelle non colpiscono la sua superficie è $r(\theta) < a/2$, da cui $T < m\omega^2 a^2 / 8 = T_c$.
- 3) Se $T = 2T_c$ l'espressione per i raggi delle spirali diventa $r(\theta) = (1/\sqrt{2}) \sin(\theta)$ per cui, affinché le particelle colpiscano la superficie del solenoide, deve essere $\pi/4 \leq \theta \leq 3\pi/4$.
- 4) La presenza del campo elettrico modifica solamente il moto longitudinale, ovvero il passo delle eliche non è più costante, ma il raggio in funzione di θ rimane invariato e si ha nuovamente $T < m\omega^2 a^2 / 8 = T_c$.
- 5) Si ha $\pi/4 \leq \theta \leq 3\pi/4$.